

**МОДЕЛЮВАННЯ УПРАВЛІННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИМ ПРОЦЕСОМ**© Пташний О.Д.<sup>1</sup>, Першина Ю.І.<sup>2</sup>*Харківський Національний автомобільно-дорожній університет<sup>1</sup>,  
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»<sup>2</sup>***Інформація про авторів:**

**Пташний Олег Дмитрович (Ptashnyi Oleg Dmitrovich):** кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, Харківський Національний автомобільно-дорожній університет, м. Харків; тел.: (050) 956-10-77; e-mail: [olegptashnyi@gmail.com](mailto:olegptashnyi@gmail.com). <http://orcid.org/0000-0001-6123-7253>.

**Першина Юлія Ігорівна (Pershyina Iuliia Igorevna):** доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (050) 222-69-79; e-mail: [yuliapershina78@gmail.com](mailto:yuliapershina78@gmail.com). <http://orcid.org/0000-0002-4719-8195>.

Розглядаються підходи до моделювання багатоопераційного технологічного процесу з урахуванням взаємного впливу параметрів виробів та технологічних операцій. Вектор стану виробу при проходженні технологічних операцій визначається набором актуальних параметрів, кількість та якісний зміст яких може змінюватись від операції до операції. «Стабілізується» вектор стану введенням «фіктивних» параметрів. Вводиться поняття вектору та матриці актуальності технологічної операції та поняття проектування вектору стану на них. Вектор та матриця актуальності технологічної операції зіставляють їй підпростір у просторі станів. Забезпечити ін'єктивність відображення множини технологічних операцій на множину векторів актуальності можна введенням додаткових фіктивних параметрів. Тоді множину векторів актуальності можна розглядати як підмножину області визначення деякої булевої функції, яка буде відповідати даному технологічному процесу. Технологічний процес розглядається як переміщення вектору стану з початкової у кінцеву область простору станів по траєкторії, що належить області переходу. Розглядаються інтервали значень вхідних та вихідних параметрів. Технологічна операція характеризується комплексом керуючих параметрів, які визначають режими обробки. Керуючі можливості операції характеризуються інтервалами варіювання керуючих параметрів. Вважається відомим зв'язок між векторами стану на вході та виході операцій, наприклад, у формі рівнянь регресії. Розрізняються власний та зовнішній негативні впливи технологічної операції на вихідні параметри виробу. Власний вплив операції полягає у критичній зміні вектора стану, обумовленої зміною керуючого впливу за умови номінальних вхідних параметрів. Зовнішній вплив технологічної операції полягає у тому, що за умови знаходження керуючого вектора у номінальній області вихідні параметри виходять за межі номінальних значень з причини такого ж порушення щодо вхідних параметрів. Вводиться матриця зовнішнього впливу операції. Вихід вектору стану на якомусь етапі з номінальної області переходу компенсується змінами параметрів керуючого вектору, що моделюється мінімізацією елементів матриці зовнішнього впливу з метою наближення її останнього рядку до нульового.

**Ключові слова:** технологічний процес, технологічна операція, простір станів, вектор стану, вектор актуальності, параметри виробу.

*Ptashnyi Oleg Dmitrovich, Pershyina Iuliia Igorevna. Abstract.* Approaches to multi-operational technological process modeling are considered, taking into account the mutual influence of parameters of products and technological operations. State vector of the products during the passage of technological operations is determined by the set of relevant parameters, the quantitative and

qualitative meaning of which may vary from operation to operation. Vector of the state is being "stabilized" by introducing "fictitious" parameters. The concepts of a vector and matrices of the relevance of the technological operation are introduced as well as the concept of projection of state vectors on them. Vector and matrix of technological relevance of the operation assigns to it a subspace in the state space. Ensuring injectivity of mapping of a set of technological operations to the set of actuality vectors can be introduced by introducing additional dummy parameters. Then the set of relevance vectors can be considered as a subset of the scope of some Boolean function that will match the given technological process. The technological process is considered as the movement of the state vector from the initial to the final region of the state space along a trajectory that lies in the region of the transition. A technological operation is characterized by a set of control parameters that determine the processing modes. The control capabilities of the operation are characterized by the intervals of variation of the control parameters. The connection between the state vectors at the input and output of operations is assumed to be known, for example, in the form of regression equations. The own and external negative influences of the technological operation on the output parameters of the product are distinguished. The operation's own influence is a critical change in the state vector, due to a change in the control action, under the condition of nominal input parameters. The external influence of the technological operation is that, provided that the control vector is in the nominal region, the output parameters go beyond the nominal values due to the same violation on the part of the input parameters. The matrix of the external influence of the operation is introduced. Intervals of values of input and output parameters are considered. Exit of the state vector from the nominal transition area on some of the stages is compensated by changes in the parameters of the control vector, which is modeled by minimizing the elements of the matrix of external influence in order to get its last row close to zero.

**Keywords:** technological process, technological operation, state vector, relevance vector, product parameters.

### **Вступ та аналіз попередніх досліджень**

Підвищення якості виробів у значній мірі залежить від врахування при проектуванні технологічних процесів взаємного впливу операцій. Це особливо актуально для забезпечення оптимальності проходження, наприклад, механічної обробки виробів, коли технологічний процес складається з декількох операцій, у результаті яких повинна бути досягнута задана якість оброблених поверхонь. Маючи дані про взаємний вплив, можна, керуючи режимами обробки, отримувати високу якість виробу.

Аналіз досліджень з технології машинобудування та моделювання процесів механічної обробки виробів показує, що в ряді робіт [1, 2] технологічний процес розглядається, як складна багатовимірна структурна система, основною структурною одиницею якої є технологічна операція. На вхід системи поступають різні характеристики заготовки, а на виході забезпечується відповідна сукупність характеристик для готового виробу. Тобто технологічний процес характеризується, як процес кількісної та якісної зміни об'єктів виробництва. Досліджується [3] перехід окремих характеристик виробів від однієї операції до іншої. Об'єктом керування у технологічних системах, які мають складну структурно-функціональну організацію є конкретні технологічні процеси. Будь-який конкретний технологічний процес являє собою множину дій, умов та зв'язків. А виробництво складається з етапів, на кожному з яких відбувається певний вплив на матеріальні складові системи. Поширений спосіб моделювання послідовності етапів постає у застосуванні технологічної схеми, кожен елемент якої відповідає певному технологічному процесу [5, 6]. З метою аналізу цієї складної динамічної системи, у рамках якої взаємодіє обладнання, засоби контролю та управління чи інструменти для обробки, технологічний процес розділяється на підсистеми різних рівнів. Така декомпозиція дозволяє розкрити ієрархію структури і розглядати систему на різних рівнях її деталізації [4, 9].

Зокрема, у практиці управління окремими технологічними процесами, яким властиві екстремальні режими функціонування, широко використовуються феномологічні моделі [7]. Вони прості по структурі (звичайно при кількості змінних меншій десяти), досить добре відображають справжню поведінку об'єктів в околі окремих режимів роботи. та ефективні у задачах керування, де мета часто полягає у компенсуванні впливів, що відводять процес від бажаної робочої точки.

Стан технологічного процесу визначається великою кількістю параметрів, що неперервно змінюються (температура, тиск, рівень концентрації компонент та ін). Зміни стану дискретних елементів системи можуть викликати зміни динаміки неперервних складових і миттєві дискретні зміни у них. А вихід неперервних станів за встановлені границі може викликати зміни дискретних станів. При моделюванні [10] розглядається підхід коли неперервні та дискретні процеси є частинними випадками гібридного процесу і весь техпроцес розглядається як сукупність гібридних процесів, що взаємодіють між собою.

Моделі, що застосовують при дослідженні технологічних процесів, розрізняють на аналітичні та системні. Саме останні базуються на тому, як система структурована, та як функціонує. Таким моделям відводиться центральне місце у розвитку математичного моделювання. Як при детермінованому, так і при стохастичному підході до дослідження технологічних процесів, однією з адекватних моделей опису причинно-наслідкових зв'язків між факторами, умовами та діями є мережа Петрі - потужний засіб дослідження дискретних систем [8], який, зокрема, моделює зв'язки між властивостями складових. Взаємний вплив характеристик та складових для окремих операцій досліджувався із застосуванням методів теорії подібності у роботі [11]. Закономірності зміни параметрів при переході від однієї операції до іншої описувались у вигляді так званих коефіцієнтів технологічної спадкоємності, отриманих перетворенням регресійних залежностей, що знаходилися методами планування експерименту. Питання оптимізації багатоопераційного технологічного процесу та його моделювання досліджувались, наприклад, у роботах [4, 7], де для врахування явищ взаємного впливу операцій розглядалися математичні моделі, які описували основні функціональні зв'язки між технологічними факторами та параметрами.

### **Постановка задачі**

На кожному з етапів технологічного процесу виріб можна охарактеризувати скінченною кількістю параметрів, актуальних на даному етапі (для даної технологічної операції). Набір параметрів та їх кількість може змінюватися від входу до виходу кожної операції та від операції до операції. Таким чином, у будь-який момент часу стан виробу характеризується вектором виду  $\vec{V} = (v_1, v_2, \dots, v_m)$ , якісний сенс координат якого та розмірність  $m$  змінюються у ході технологічного процесу, і ці зміни створюють певні незручності при його моделюванні. «Стабілізувати» вектор, який описує стан виробу, можна введенням «фіктивних» параметрів. Складемо вектор  $\vec{x} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ , координати якого – всі можливі параметри виробу на всіх етапах технологічного процесу, розташовані у фіксованому порядку, а розмірність  $n$  – кількість цих параметрів (величина стала). У ході кожної технологічної операції відбувається вплив на певну групу параметрів (координат вектора  $\vec{x}$ ), а інші параметри при цьому або не є актуальними, або зовсім не визначені.

У ході технологічного процесу вектор стану  $\vec{x}$  переміщується у просторі станів  $K$  з області  $X_{\text{поч}} \subset K$  в область  $X_{\text{кінц}} \subset K$  по деякій траєкторії  $L$ , яка знаходиться в області переходу  $X_{\text{пер}} : L \subset X_{\text{пер}}$  (рис. 1). Область  $X_{\text{пер}}$  характеризує режими та послідовність операцій.

Простір станів -  $K = \prod_{i=1}^n I_i$ , де  $I_i$  – інтервали зміни параметрів. Негативним наслідком взаємного

впливу технологічних операцій є можливий вихід координат вектора стану з номінальних областей. Необхідна модель, яка може описувати дані явища та їх можливу компенсацію.

**Дискретне моделювання.** Зіставимо  $j$ -й технологічній операції так званий *вектор актуальності*  $\bar{P}_j = (p_{j1}, p_{j2}, \dots, p_{jn})$ ,  $j=1, \dots, m$  - бінарний вектор, кожна з координат якого дорівнює одиниці, якщо відповідний параметр є актуальним для даної операції, і дорівнює нулю в іншому випадку ( $m$  - загальна кількість технологічних операцій). Параметри будемо називати при цьому, відповідно, суттєвими та фіктивними. Крім того, розглянемо діагональну матрицю

$$P_j = \begin{pmatrix} p_{j1} & & \\ & \ddots & \\ & & p_{jn} \end{pmatrix},$$

яку також будемо називати *матрицею актуальності*  $j$ -ї операції.

Введемо операції «проекування» вектору стану на вектор та матрицю актуальності:

$$\bar{X} \mapsto \bar{P}_j \stackrel{\text{def}}{=} (\xi_1 p_{j1}, \xi_2 p_{j2}, \dots, \xi_n p_{jn}) \stackrel{\text{def}}{=} \bar{X}_{\bar{P}_j} \quad (1)$$

$$\bar{X} \mapsto P_j \stackrel{\text{def}}{=} P_j \bar{X}^T \stackrel{\text{def}}{=} \bar{X}_{P_j} \quad (2)$$

При цьому очевидно,  $\bar{X}_{\bar{P}_j} = \bar{X}_{P_j}^T$ . Після виконання цих операцій значення суттєвих параметрів не змінюються, а на місці фіктивних параметрів утворюються нулі. Домовляємося відрізняти нуль, як ознаку фіктивного параметру, від нуля, як можливого значення суттєвого параметру (для чого, при необхідності можна вводити додаткові позначки).

Зауважимо, що вектор (матриця) актуальності технологічної операції зіставляє їй *підпростір* у просторі станів, а розглянуті операції проєктують вектор стану на цей підпростір.

Вектори  $\bar{X}_{\bar{P}_j}$  та  $\bar{X}_{P_j}$  після проходження даної технологічної операції змінюються, і ці зміни треба внести у загальний вектор стану  $\bar{X}$ , щоб потім проєкувати його на вектор (матрицю) актуальності наступної операції. Для цього вектор  $\bar{X}$  спроєкуємо на інверсію  $P_j'$  вектора (інверсію  $P_j'$  матриці) актуальності операції (нулі замінюються одиницями та навпаки), і до отриманого результату додамо змінений вектор  $\bar{X}_{\bar{P}_j}$  ( $\bar{X}_{P_j}$ ):

$$\bar{Y} = (\bar{X} \text{ а } P_j') + \bar{X}_{\bar{P}_j} \quad (3)$$

$$\bar{Y}^T = (\bar{X} \mapsto P_j') + \bar{X}_{P_j} \quad (4)$$

де  $\bar{Y}$  - новий загальний вектор стану.

Взагалі кажучи, відображення множини технологічних операцій у множину векторів актуальності не є ін'єктивним, тобто один вектор актуальності може відповідати декільком технологічним операціям. Для забезпечення ін'єктивності даного відображення можна ввести додаткові фіктивні параметри (і, відповідно, фіктивні координати вектора актуальності), по яким «схожі» операції будуть відрізнятися. Якщо при цьому розмірність простору станів з урахуванням фіктивних параметрів –  $n$ , то множину векторів актуальності можна розглядати як підмножину області визначення деякої булевої функції  $n$  змінних. Визначимо булеву функцію так, щоб вона на даній підмножині приймала одиничне, а на його доповненні – нульове значення. Таким чином, даному технологічному процесу відповідає єдина булева функція, що визначає множину векторів актуальності його технологічних операцій, яка може бути реалізована, наприклад, формулами алгебри логіки.

**Неперервне моделювання.** Позначимо області (інтервали) коливань  $i$ -го параметру на вході та на виході  $j$ -ї операції відповідно -  $\omega_i^{(j)} \subset I_i$  та  $\delta_i^{(j)} \subset I_i$ , ( $j = 1, \dots, m$ ). Тоді області коливань вектору стану на вході та виході  $j$ -ї операції є  $\Omega_j = \prod_{i=1}^n \omega_i^{(j)} \subset \mathbf{K}$  та  $\Delta_j = \prod_{i=1}^n \delta_i^{(j)} \subset \mathbf{K}$ .

Області змін вхідних та вихідних параметрів об'єднаємо у матриці  $\Omega = \left\| \omega_i^{(j)} \right\|$  та  $\Delta = \left\| \delta_i^{(j)} \right\|$ . Матриці відповідних номінальних областей змін вхідних та вихідних параметрів позначимо  $\mathcal{D} = \left\| \delta_i^{(j)} \right\|$  та  $\mathcal{R} = \left\| \delta_i^{(j)} \right\|$ . При цьому  $\tilde{\delta}_i^{(j)} \subseteq \tilde{\omega}_i^{(j+1)}$  та  $\mathcal{R}_j \subseteq \mathcal{D}_{j+1}$ .

Технологічна операція характеризується комплексом керуючих параметрів, які визначають режими обробки. Для  $j$ -ї операції позначимо їх  $z_1^{(j)}, z_2^{(j)}, \dots, z_{k_j}^{(j)}$ . Вектор  $\bar{z}_j = (z_1^{(j)}, z_2^{(j)}, \dots, z_{k_j}^{(j)})$  є керуючим впливом  $j$ -ї операції.

Керуючі можливості  $j$ -ї операції характеризуються інтервалами  $\gamma$  варіювання керуючих параметрів  $z$ :  $z_1^{(j)} \in \gamma_1^{(j)}, z_2^{(j)} \in \gamma_2^{(j)}, \dots, z_{k_j}^{(j)} \in \gamma_{k_j}^{(j)}$ , де  $\bar{z}_j = (z_1^{(j)}, z_2^{(j)}, \dots, z_{k_j}^{(j)})$  – керуючий вектор (вплив)  $j$ -ї операції, а  $\gamma_j = \prod_{l=1}^{k_j} \gamma_l^{(j)}$  – її простір управління ( $\bar{z}_j \in Y_j$ ).

Нехай  $\bar{x}_{ex}^{(j)} = (\xi_{1_{ex}}^{(j)}, \dots, \xi_{n_{ex}}^{(j)})$ ;  $\bar{x}_{bly}^{(j)} = (\xi_{1_{bly}}^{(j)}, \dots, \xi_{n_{bly}}^{(j)})$  – вектори стану відповідно на вході та виході  $j$ -ї технологічної операції, а  $\bar{z}_j = (z_1^{(j)}, \dots, z_{k_j}^{(j)})$  – її керуючий вплив. Зв'язок між векторами стану на вході та виході операції має вигляд  $\bar{x}_{bly}^{(j)} = F_j(\bar{x}_{ex}^{(j)}, \bar{z}_j)$  де  $F_j$  – деяка вектор-функція. У координатній формі

$$\begin{aligned} \xi_{1_{bly}}^{(j)} &= f_1^{(j)}(\bar{x}_{ex}^{(j)}, \bar{z}_j); \\ \xi_{2_{bly}}^{(j)} &= f_2^{(j)}(\bar{x}_{ex}^{(j)}, \bar{z}_j); \\ \xi_{n_{bly}}^{(j)} &= f_n^{(j)}(\bar{x}_{ex}^{(j)}, \bar{z}_j). \end{aligned} \quad (5)$$

Якщо для дослідження використовувались експериментально – статистичні методи, то це можуть бути рівняння регресії  $\hat{x}_{bly}^{(j)} = F_j(\bar{x}_{ex}^{(j)}, \bar{z}_j)$ ,  $j = 1, \dots, m$ , де  $\bar{x}_{ex}^{(j)} \in \Omega_j$ ,  $\bar{z}_j \in Y_j$  а  $\hat{x}_{bly}^{(j)}$  – вектор середніх значень параметрів.

Будемо розрізняти *власний* та *зовнішній* впливи технологічної операції на вихідні параметри виробу. Власний вплив  $j$ -ї операції полягає у зміні вектора стану  $\bar{x}_{bly}^{(j)}$ , обумовленого зміною керуючого впливу  $\bar{z}_j$  за умови  $\bar{x}_{ex}^{(j)} \in \mathcal{D}_j$ . Зв'язок між вихідними параметрами та параметрами керуючого впливу визначається системою (5), яку перепишемо у вигляді

$$\begin{aligned} f_1^{(j)}(\bar{x}_{ex}^{(j)}, \bar{z}_j) - \xi_{1_{bly}}^{(j)} &= 0; \\ f_2^{(j)}(\bar{x}_{ex}^{(j)}, \bar{z}_j) - \xi_{2_{bly}}^{(j)} &= 0; \\ f_n^{(j)}(\bar{x}_{ex}^{(j)}, \bar{z}_j) - \xi_{n_{bly}}^{(j)} &= 0. \end{aligned}$$

У відповідності до поняття власного впливу технологічної операції на вихідні параметри виробу, покладемо  $\bar{x}_{ex}^{(j)} \in \tilde{\Omega}_j$ ;  $\xi_{i_{bly}}^{(j)} \in \tilde{\delta}_i^{(j)}$ . Розв'язуючи за цих умов рівняння системи (5) відносно  $\bar{z}_j$ , отримаємо  $\bar{z}_j \in \bar{Z}_i^{(j)}$  ( $i = 1, \dots, n$ ), де  $\bar{Z}_i^{(j)}$  – множина розв'язків  $i$ -го рівняння ( $i = 1, \dots, n$ ).

Якщо  $\bar{x}_{ex}^{(j)} \in \tilde{\Omega}_j$  та  $\xi_{i_{bly}}^{(j)} \in \tilde{\delta}_i^{(j)}$ , то розв'язок  $\bar{z}_j$  системи (5) є номінальним вектором керування. Позначимо  $\left| f_i^{(j)}(\bar{x}_{ex}^{(j)}, \bar{z}_j) - \xi_{i_{bly}}^{(j)} \right| = h_i^j$  та складемо матрицю  $H = \left\| h_i^j \right\|$ , яку за даних

умов будемо називати матрицею власного впливу даної технологічної операції. Якщо керуючий вектор вийде з номінальної області, то якісь елементи цієї матриці будуть відрізнятися від нуля. При проектуванні технологічного процесу для вибору оптимальних керуючих параметрів треба розв'язувати задачу мінімізації елементів цієї матриці.

*Зовнішній* вплив  $j$ -ї технологічної операції полягає у тому, що за умови знаходження керуючого вектора у номінальній області умови  $\xi_{\text{вих}}^{(j)} \in \tilde{\delta}_i^{(j)}$  порушуються з причини невиконання включення  $\bar{x}_{\text{ex}}^{(j)} \in \tilde{\Omega}_j$ . Для компенсації відхилення вихідних параметрів від номінальних треба шукати розв'язки системи (5) що мінімізують елементи  $h_i^{(j)}$  матриці  $H$ , яку за даних умов будемо називати матрицею зовнішнього впливу  $j$ -ї технологічної операції.

У загальному випадку система (5) може не мати розв'язків, або мати у якості розв'язку керуючий вектор, який не можна реалізувати у даному технологічному процесі. Тоді також треба шукати керуючий вплив, який мінімізує елементи матриці  $H$ . Причому, повністю компенсувати зовнішній вплив на властивості готового виробу – означає перетворити останній рядок матриці  $H$  на нульовий. Із загальних міркувань зрозуміло, що мінімізація інших елементів матриці сприяє мінімізації її останнього рядку.

**Перспективи подальших досліджень.** Важливими характеристиками технологічного процесу є області допустимих значень вхідних параметрів технологічних операцій. Вище ми розглядали наступні матриці:  $\Omega = \left\| \omega_i^{(j)} \right\|$  – матриця «поточних» областей зміни вхідних параметрів;  $\tilde{\Omega} = \left\| \tilde{\omega}_i^{(j)} \right\|$  – матриця номінальних областей зміни вхідних параметрів. Введемо *означення*: Допустимою областю зміни параметру  $\xi_i^{(j)}$  називається така (максимальна) область  $\hat{\omega}_i^{(j)}$ , що для будь якого  $\xi_i^{(j)} \in \hat{\omega}_i^{(j)}$  існує такий керуючий вектор, що на виході  $j$ -ї операції  $\bar{x} \in \tilde{\Lambda}_j$ . Зауважимо, що область  $\hat{\omega}_i^{(j)}$  максимальна у тому сенсі, що для будь якого  $\xi_i^{(j)} \notin \hat{\omega}_i^{(j)}$  такого керуючого вектора  $\bar{x}$  не існує. Звісно, множина  $\hat{\omega}_i^{(j)}$  може виявитися порожньою. Тобто може не бути такого значення  $\xi_i^{(j)}$ , для якого існує потрібний керуючий вектор.

Введемо у розгляд так званий *вектор допустимих областей вхідних параметрів  $j$ -ї операції*:  $\hat{\Omega}^{(j)} = \left( \hat{\omega}_1^{(j)}; \hat{\omega}_1^{(j)}; \dots; \hat{\omega}_n^{(j)} \right)$  та наступні «індикаторні» функції

$$f_i(\bar{x}) = \begin{cases} 1, & \xi_i \in \hat{\omega}_i \\ 0, & \xi_i \notin \hat{\omega}_i \end{cases} \quad \text{та} \quad f(\bar{x}) = \begin{cases} 1, & \bar{x} \in \hat{\Omega} \\ 0, & \bar{x} \notin \hat{\Omega} \end{cases}.$$

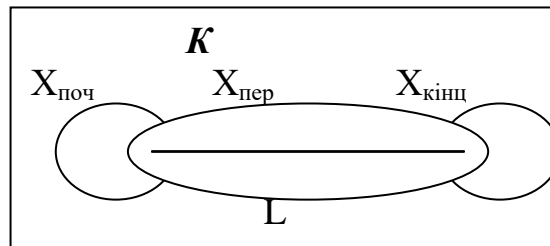
Очевидно, що  $f(\bar{x}) = 1$  тоді та тільки тоді, коли  $\sum_{i=1}^n f_i(\bar{x}) = n$ .

Якщо технологія дозволяє вимірювати параметри виробу на вході операцій, то виконання умови  $f(\bar{x}) = 1$  означає, що технологічний процес проходить у штатному режимі. Виникає питання про зв'язок цієї умови з векторами актуальності операцій. Бо якісь параметри формально не є актуальними для даної операції, вони не піддаються впливу при її здійсненні. Але вони можуть впливати на якість виконання операції, тобто на актуальні параметри. Наприклад, при виконанні якоїсь операції відбулося порушення режиму обробки, скажімо, перегрів виробу з подальшим неправильним охолодженням, після чого змінилась твердість матеріалу (зникло загартовування). А на одній з наступних операцій проводиться шліфівка поверхні, і відбуваються «задери», тобто проявляється так звана прихована технологічна спадкоємність. Якщо б перед шліфівкою була відповідна інформація, можна було би змінити режими (використати більш тонкий абразивний матеріал, або застосувати спеціальні пасти). У цьому прикладі твердість матеріалу не була актуальним параметром для готового виробу, а мала значення тільки для виконання однієї конкретної операції.

Можна ввести у розгляд так звані «*вектори впливу*» даної технологічної операції – бінарні вектори з одиницями на відповідних місцях. У розглянутому прикладі негативний вплив на операцію шліфування здійснив параметр «твердість поверхні» - параметр, який важко контролювати. Виглядає простішим контролювати порушення режимів обробки, яке і призвело до описаного результату.

Таким чином, здається перспективним ввести поняття «*вектору впливу*» для керуючого вектору  $\bar{x}$  даної технологічної операції. Бінарний характер вектору впливу дозволить враховувати сам факт залежності параметрів виробу від режимів попередніх операцій, але не дає уявлення про степінь цієї залежності. Має сенс ввести вектори впливу, координати яких – вагові коефіцієнти, наприклад,  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Близькість  $\alpha$  до одиниці казатиме про високу степінь залежності параметру від режиму однієї з попередніх операцій, а близькість до нуля – про низьку степінь. Також бачиться важливою задачею складання технологічних карт операцій та всього технологічного процесу з врахуванням отриманих векторів впливу.

Технологічний процес «просуває» виріб, точніше, вектор стану у просторі станів (рис. 1).



**Рис. 1** – Проходження вектору стану у ході техпроцесу

Траєкторія просування лежить в області переходу. Якщо мова йде про одну операцію, то  $X_{\text{поч}}$  та  $X_{\text{кінц}}$  у наших позначеннях – це області  $\Omega$  та  $\Delta$ , а  $X_{\text{пер}}$  – область, яка описує динаміку зміни параметрів виробу у ході технологічної операції. Якщо ж мається на увазі весь технологічний процес, то  $X_{\text{поч}}$  поєднує у собі параметри заготовки, а  $X_{\text{кінц}}$  – параметри готового виробу. Тоді  $X_{\text{пер}}$  містить відповідні області  $X_{\text{поч}}$  та  $X_{\text{кінц}}$  усіх проміжних операцій. Задача забезпечення нормального ходу технологічного процесу полягає у тому, щоб не дати вектору стану  $\bar{x}$  вийти за межі області допустимих траєкторій  $X_{\text{пер}}$ . Однак вихід за цю область може відбутися набагато пізніше, ніж дії, які його спричинили (як було відмічено у прикладі). Для описання компенсаційних можливостей та планування механізму компенсації здається доцільним введення понять *вектору чи матриці компенсаційних можливостей*, що може доповнювати згадані технологічні карти операцій та всього технологічного процесу.

### **Висновки**

Розглянуті підходи до моделювання багатоопераційного технологічного процесу дозволяють описувати його булевою функцією, яка визначає множину векторів актуальності технологічних операцій, та враховувати і компенсувати взаємний вплив операцій локальними керуючими поправками, оптимізуючи вибір режимів обробки. Власний вплив технологічної операції, тобто той, що обумовлений зміною керуючого впливу, характеризується матрицею, елементи якої становляться відмінними від нуля, якщо керуючий вектор виходитиме з номінальної області. Тому для вибору оптимальних керуючих параметрів треба розв'язувати задачу мінімізації елементів цієї матриці. Зовнішній вплив операції, обумовлений відхиленням вхідних параметрів від номінальних, компенсується пошуком відповідного керуючого вектору, який мінімізує елементи матриці зовнішнього впливу. Повна компенсація зовнішнього впливу на властивості готового виробу означає перетворення останнього рядку матриці на нульовий, чому сприяє мінімізація інших елементів матриці.

**Список використаних джерел:**

1. Наконечний С. І. Математичне моделювання техніко-економічних процесів АПК / С. І. Наконечний, С. С. Савіна, Т. С. Наконечний. – Київ, 1996. – 240 с
2. Струтинський В. Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки / В. Б. Струтинський. – Житомир : ЖІТІ, 2001. – 616 с.
3. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень : навч. посіб. / Р. Н. Кветний та ін.; Вінниц. нац. техн. ун-т. – Вінниця : ВНТУ, 2013.
4. Тихонов А. Н. Математическое моделирование технологических процессов и метод обратных задач в машиностроении / А. Н. Тихонов, В. Д. Кальнер, В. Б. Гласко. – М. : Машиностроение, 1990. – 264 с.
5. Павленко П. М. Основи математичного моделювання систем і процесів : навч. посіб. / П. М. Павленко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2013. – 201 с.
6. Станжицький О. М. Основи математичного моделювання : навч. посібник / О. М. Станжицький, Є. Ю. Таран, Л. Д. Гординський. – Київ : Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2006. – 296 с.
7. Modeling, Simulation and Optimization for Science and Technology / Ed. : W. Fitzgibbon, Y. A. Kuznetsov, P. Neittaanmäki, O. Pironneau. – Springer. Dordrecht, 2014. – 248 p.
8. Discrete Abstractions of Hybrid Systems / Alur R., Henzinger T. A., Lafferriere G., Pappas G. J. // *Proceedings of the IEEE*. – 2000. – No. 88. – P. 971–984.
9. Bender E. A. An Introduction to Mathematical Modeling / E. A. Bender. – 2012. – Access mode <https://www.vitalsource.com/products/an-introduction-to-mathematical-modeling-edward-a-bender-v9780486137124>. (Last access 28.04.2023).
10. Numerical simulation of ferrite/austenite phase fraction in multipass welds of duplex stainless steels. Mathematical modelling of weld phenomena 12 / Ogura T., Matsumura T., Yu L. et al. // *Proc. of Intern. Sem. Numerical Analysis of Weldability, Graz, Austria*. – 2018. DOI 0.3217/978-3-85125-615-4-07
11. Пташний О. Д. Моделирование технологического процесса шлифования магнитопроводов / О. Д. Пташний // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. – 2004. – № 4 ( 10). – С. 109–111.

**References:**

1. Nakonechnyi, SI, Savina, SS & Nakonechnyi, TS 1996, *Matematychnye modelivannia tekhniko-ekonomichnykh protsesiv APK*, [Mathematical modeling of technical and economic processes of the AIC], Kyiv.
2. Strutytskyi, VB 2001, *Matematychnye modelivannia protsesiv ta system mekhaniky* [Mathematical modeling of processes and systems of mechanics], ZhITI, Zhytomyr.
3. Kvietnyi, RN 2013, *Kompiuterne modelivannia system ta protsesiv. Metody obchyslen*, [Computer modeling of systems and processes. Methods of calculations: a textbook], VNTU, Vinnytsia.
4. Tihonov, AN, Kal'ner, VD & Glasko, VB 1990, *Matematicheskoe modelirovanie tehnologicheskikh processov i metod ob-ratnyh zadach v mashinostroenii*, [Mathematical modeling of technological processes and the method of inverse tasks in mechanical engineering], Mashinostroenie, Moskva.
5. Pavlenko, PM 2013, *Osnovy matematychnoho modelivannia system i protsesiv*, [Fundamentals of mathematical modeling of systems and processes: a textbook], Knyzhkove vyd-vo NAU, Kyiv.
6. Stanzhytskyi, OM, Taran, YY & Hordynskyi, LD 2006, *Osnovy matematychnoho modelivannia*, [Fundamentals of mathematical modeling: a textbook], Vydavnycho-polihrafichnyi tsentr “Kyivskiy universytet”, Kyiv.
7. Fitzgibbon, W (ed.), Kuznetsov, YA (ed.), Neittaanmäki, P (ed.) & Pironneau, O (ed.) 2014, *Modeling, Simulation and Optimization for Science and Technology*, Springer. Dordrecht.
8. Alur, R, Henzinger, TA, Lafferriere, G & Pappas, GJ 2000, ‘Discrete Abstractions of Hybrid Systems’ *Proceedings of the IEEE*, no. 88, Pp. 971–984.
9. Bender, EA 2012, *An Introduction to Mathematical Modeling*, Dover Publications, viewed 28 April 2023 < <https://www.vitalsource.com/products/an-introduction-to-mathematical-modeling-edward-a-bender-v9780486137124>>.
10. Ogura, T, Matsumura, T, Yu, L et al. 2018, ‘Numerical simulation of ferrite/austenite phase fraction in multipass welds of duplex stainless steels. Mathematical modelling of weld phenomena 12’, In *Proc. of Intern. Sem. Numerical Analysis of Weldability, Graz, Austria*. DOI 0.3217/978-3-85125-615-4-07.
11. Ptashnyj, OD 2004, ‘Modelirovanie tehnologicheskogo processa shlifovaniya magnitoprovodov’, [Simulation of the technological process of grinding magnetic cores], *Vostochno-Evropejskij zhurnal peredovyh tehnologij*, no 4, Pp. 109–111.

Стаття надійшла до редакції 01 червня 2023 року