

DOI 10.32820/2079-1747-2019-24-6-16

УДК 621.873

## **ОПТИМІЗАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ У ПРУЖНИХ ЕЛЕМЕНТАХ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ КРАНІВ ПРИ РІЗНИХ СПОСОБАХ ПІДЙОМУ ВАНТАЖУ**

**©Ловейкін В.С., Човнюк Ю.В., Кадикало І.О.**

*Національний університет біоресурсів і природокористування України*

### **Інформація про авторів:**

**Ловейкін Вячеслав Сергійович:** ORCID: 0000-0003-4259-3900; [lovvs@ukr.net](mailto:lovvs@ukr.net); доктор технічних наук; завідувач кафедри конструювання машин і обладнання; Національний університет біоресурсів і природокористування України; навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна

**Човнюк Юрій Васильович:** ORCID: 0000-0002-0608-0203; [yuchovnyuk@ukr.net](mailto:yuchovnyuk@ukr.net); кандидат технічних наук, доцент; Національний університет біоресурсів і природокористування України; навчальний корпус №7, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна

**Кадикало Іван Олександрович:** ORCID: 0000-0002-5686-5869; [kadykaloivan@nubip.edu.ua](mailto:kadykaloivan@nubip.edu.ua); асистент кафедри конструювання машин і обладнання; Національний університет біоресурсів і природокористування України; навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна

Під час роботи вантажопідйомної техніки в елементах приводу та металоконструкції виникають значні динамічні навантаження, що призводять до пришвидшеного виходу елементів конструкції і механізмів з ладу та виникнення аварійних ситуацій. Питання усунення динамічних навантажень не вирішене і досі, тому в даній роботі проведена оптимізація динамічних навантажень у пружних елементах (канатах) вантажопідйомних кранів при різних способах підйому вантажу: «з підхватом», «з ваги», «з землі». У якості критерію оптимізації (мінімізації вказаних навантажень) у перехідних режимах функціонування вантажопідйомного крана (пуск, гальмування, реверсування) запропонований, функціонал, який є середньоквадратичним значенням коефіцієнта динамічності на інтервалі часу, що відповідає тривалості перехідного процесу, і приймає мінімальне значення. Для розв'язку задачі оптимізації режиму руху механізму підйому вантажу використовувались методи класичного варіаційного числення. За допомогою цих методів встановлені відповідні (оптимальні) режими (закони) руху вантажу та електромеханічної системи приводного механізму підйому.

Отримані у даному дослідженні результати можуть бути у подальшому використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів підйому кранів з вантажем на гнучкому підвісі як на стадіях їх проектування / конструювання, так і в умовах реальної експлуатації.

**Ключові слова:** оптимізація, динаміка, навантаження, канати, вантажопідйомні крани, способи підйому, вантаж.

**Ловейкин В.С., Човнюк Ю.В., Кадыкало И.А.** «Оптимизация динамических нагрузок в упругих элементах грузоподъемных кранов при различных способах подъема груза».

Во время работы грузоподъемной техники в элементах привода и металлоконструкции возникают значительные динамические нагрузки, приводящие к ускоренному выходу элементов конструкции и механизмов из строя и возникновения аварийных ситуаций. Вопрос устранения динамических нагрузок не решен до сих пор, поэтому в данной работе проведена оптимизация динамических нагрузок в упругих элементах (канатах) грузоподъемных кранов при различных способах подъема груза «с подхватом», «с помощью веса», «с земли». В качестве критерия оптимизации (минимизации указанных нагрузок) в переходных режимах функционирования грузоподъемного крана (пуск, торможение, реверсирование) предложен, функционал, который является среднеквадратичным значением коэффициента динамичности на интервале времени, соответствующий длительности переходного процесса, и принимает минимальное значение. Для решения задачи оптимизации режима движения ме-

ханизма підйому вантажу використовувалися методи класического варіаційного исчислення. С помощью этих методов установлены соответствующие (оптимальные) режимы (законы) движения груза и электромеханической системы приводного механизма подъема.

Полученные в данном исследовании результаты могут быть в дальнейшем использованы для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчета механизмов подъема кранов с грузом на гибком подвесе как на стадиях их проектирования / конструирования, так и в условиях реальной эксплуатации.

**Ключевые слова:** оптимизация, динамика, нагрузка, канаты, грузоподъемные краны, способы подъема, груз.

*Loveykin V., Chovniuk Yu., Kadykalo I.* «Optimisation of dynamic loads in elastic elements of load lifting cranes with different methods of lifting».

During the work of lifting machinery there are considerable dynamic loads in the elements of the drive and the metal structure, which lead to the rapid failure of the elements of the structure and mechanisms and emergencies. The issue of elimination of dynamic loads has not been solved yet, so in this work, the dynamic loads in the elastic elements (ropes) of load lifting cranes have been optimized within various methods of cargo lifting: “pick-up”, “using weight”, “from the ground”. As a criterion for optimization (minimization of the specified loads) in the transient modes of operation of the crane (start, brake, reversal), the functional, which takes the minimum value and is the root mean square of the dynamic coefficient at the interval of time, corresponding to the duration of the transition, is proposed. Classical variational calculus methods were used to solve the problem of optimizing the mode of motion of the lifting mechanism. With these methods, the appropriate (optimal) modes (laws) of cargo movement and the electromechanical system of the drive mechanism of lifting are established.

The results obtained in this study can be further used to refine and improve existing engineering methods for calculating lifting mechanisms of the crane with flexible suspension both at the design / construction stages and under actual operating conditions.

**Keywords:** optimisation, dynamics, loading, ropes, load lifting cranes, methods of lifting, cargo.

## 1. Постановка проблеми

Вантажопідйомні та транспортуючі машини є невід’ємним елементом (частиною) сучасного виробництва, оскільки з їх допомогою здійснюється механізація основних технологічних процесів й допоміжних робіт. У поточних й автоматизованих лініях роль підйомно-транспортних машин якісно зросла й вони стали органічною частиною технологічного обладнання, а вплив їх на техніко-економічні показники підприємства став доволі суттєвим.

Задля збільшення виробництва прогресивних засобів механізації підйомно-транспортних, навантажувально-розвантажувальних та складських робіт, у тому числі вантажопідйомних машин з дистанційним та програмним керуванням, збільшення продуктивності й покращення техніко-економічних показників підйомно-транспортних машин, підвищення їх міцності, надійності й довговічності необхідно застосовувати новітні методи розрахунку й конструювання, постійно їх уточнювати й вдосконалювати. Особливо актуальним є вирішення проблем зменшення динамічних навантажень на пружні елементи (канати) вантажопідйомних кранів, коли останні функціонують у перехідних режимах роботи (пуск, гальмування, реверсування тощо).

## 2. Аналіз публікацій по темі дослідження

У період неусталеного руху у механізмах підйому вантажу кранів постійно виникають динамічні навантаження коливного характеру [1]. Величина й характер цих навантажень залежать від степеня пружності з’єднуючих ланцюгів, величин і розподілу рухомих мас у системі, законів зміни зовнішніх навантажень – рушійних сил і сил опорів. Вплив навантажень на пружну систему призводить й до коливань мас, і у пружних зв’язках виникають динамічні

навантаження, особливо у механізмах пересування й повороту при різких пусках і гальмуванні. Значний внесок у розробку питань динаміки вантажопідйомних машин внесли А.А. Вайнсон [2], М.П. Александров [3,4], С.А. Казак [5], М.С. Комаров [6], М.М. Гохберг [7]. Також питанням дослідження і усунення небажаних процеїв під час роботи вантажопідйомної техніки займалися закордонні та вітчизняні науковці та вчені [10-17]. У цитованих вище роботах розглянуті важливі аспекти функціонування вантажопідйомних кранів, наведені типові розрахункові схеми для моделювання динамічних процесів, що відбуваються у механізмах підйому вантажу, закріпленого на канатах, визначені динамічні коефіцієнти навантажень у пружних елементах тощо. Проте, на думку авторів даного дослідження, питанням оптимізації (мінімізації динамічних навантажень) режимів руху вантажопідйомних механізмів, що функціонують у перехідних (швидкоплинних) умовах, приділено недостатню увагу дослідників. Ці проблеми, задачі слід розв'язувати, використовуючи сучасні, науково обґрунтовані методи (наприклад, методи математичної фізики та класичного варіаційного числення), постійно уточнюючи й вдосконалюючи розрахункові схеми вказаних вище механізмів з наявними у них пружними елементами (канатами), які й приводять до виникнення небажаних коливних процесів у елементах вантажопідйомних кранів і, як наслідок, до динамічних перевантажень цих елементів й інших вузлів.

У даному дослідженні будуть частково використані результати роботи [1].

### **3. Постановка мети та завдання дослідження**

Мета даної роботи полягає у обґрунтуванні (із використанням аналітичних методів та підходів) оптимальних режимів функціонування вантажопідйомних кранів у перехідних процесах (пуску, гальмування, реверсування) за різних способів підйому вантажу («з ваги», «з підхватом», «з землі»), які дозволяють мінімізувати протягом проміжку часу, що триває перехідний процес, динамічні навантаження у пружних елементах (канатах). Крім того, при реалізації мети роботи встановлені: 1) закони руху окремих елементів вантажопідйомного механізму крана (власне вантажу й електромеханічної системи його підйому), які відповідають заданим критеріям якості таких рухів; 2) визначені основні параметри цих режимів.

### **4. Виклад основного змісту дослідження**

Аналіз динамічних навантажень у двомасовій пружній системі при її поступальному русі. Русійне зусилля  $P = const$ .

Відомо [7], що вантажопідйомні крани (наприклад, мостові) є ведучими машинами щодо переміщення вантажів (заготовок та деталей) між технологічними операціями, тобто вони безпосередньо приймають участь у виготовленні продукції.

Динамічні навантаження і розгойдування подовжують і знижують якість виконання операцій, що значно збільшує тривалість усього виробничого процесу/циклу. На одну виробничу технологічну операцію припадає 8...10 операцій по переміщенню вантажу [8,9].

Задля розв'язку виникаючих проблем слід підвищувати степінь автоматизації електромеханічної системи (ЕМС) крана. Це дозволить врахувати низку кінетичних параметрів, котрі впливають на динамічні навантаження і розгойдування вантажів при їх переміщенні.

Отже, для побудови раціональних/оптимальних (які мінімізують динамічні навантаження у пружних елементах механізму підйому вантажу – таких, як канати) експлуатаційних режимів вертикального переміщення вантажів ЕМС (мостового) крана слід вирішити наступні задачі: 1) розробити математичний опис технологічного процесу вертикального переміщення вантажів ЕМС (мостового) крана для заданих русійних сил і опорів; 2) визначити кінематичні закономірності руху елементів ЕМС, котрі формують динамічні навантаження, і дослідити їх у перехідних режимах функціонування крана; 3) дати рекомендації щодо побудови раціональних/оптимальних експлуатаційних режимів керування ЕМС (мостового) крана за різних способів підйому вантажу («з ваги», «з підхватом», «з землі»).

У якості об'єкта дослідження прийнята ЕМС підйому вантажів мостовим краном типу НК 1090А, який має наступні технічні характеристики: 1) номінальна маса вантажу

$m_L = 16 \cdot 10^3 \text{ кг}$ ; 2) маса кранового мосту  $m_k = 25 \cdot 10^3 \text{ кг}$ ; 3) маса візка  $m_g = 6 \cdot 10^3 \text{ кг}$ ; 4) швидкість підйому вантажу  $V \approx 0,33 \text{ м/с}$ ; 5) висота прольоту балки  $h = 2,5 \text{ м}$ ; 6) система електроприводу – тиристорний перетворювач частоти – асинхронний електродвигун (ТПЧ – АД) з законом регулювання  $U_{lm}/f_1 = \text{const}$ .

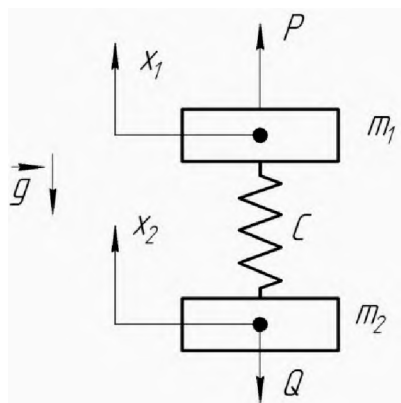
Предметом дослідження є кінематичні закономірності руху вантажу і елементів ЕМС на певних етапах підйому різними способами («з ваги», «з підхватом», «з землі»).

Різні частини механізмів крана починають свій рух неодноразомно. Оскільки у перший момент пуску вантаж ще не почав рухатись, а частини механізму, які обертаються, здійснюють розгін до певної швидкості ( $V_o$ ), рух вантажу відбувається лише після вибору зазору (слабини канату). Ця обставина призводить до виникнення додаткових зусиль. І вантаж, і частини механізму його підйому не є абсолютно жорсткими. Додаткові зусилля призводять як до коливань ЕМС, так і самого вантажу. Наслідком коливних процесів є динамічні навантаження. При переміщенні вантажів ЕМС мостового крана повинна забезпечувати мінімум динамічних навантажень за заданої продуктивності функціонування вантажопідйомного механізму.

Відомо, що на мостових кранах найбільші динамічні навантаження виникають при підйомі «з підхватом» чи при гальмуванні [3,4,9]. Якщо цю обставину не враховувати на перших етапах підйому вантажу, тоді тривалість процесу пуску суттєво збільшується.

Спочатку розглянемо динамічні навантаження та закони руху у двомасовій системі з лінійною жорсткістю  $C$  й масами  $m_1$  (приведена маса частин ЕМС підйому, які обертаються) та  $m_2$  (маса вантажу).

На вказані маси діють рушійні сили  $P$  (постійні, незалежні від часу  $t$ ) й сили опору  $Q$  (у вигляді сили ваги вантажу) (рис. 1). До такої системи можна привести механізми підйому, де жорсткість канатів поліспаствів набагато менша жорсткості самого приводу, стрічкові та ланцюгові конвеєри та ін. [1]. Під дією зовнішніх сил у неусталений період у пружній системі (канатах) виникають коливні процеси.



**Рис. 1.** – Розрахункова схема двомасової пружної системи при поступальному русі:  $\vec{g}$  – прискорення вільного падіння,  $Q = m_2 \cdot g$ .

Диференціальні рівняння руху мас у перехідний період роботи механізму підйому вантажу (наприклад, пуску) мають вид [1]:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + C \cdot (x_1 - x_2) = P; & \ddot{x}_1 = \frac{d^2 x_1}{dt^2}; \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 - C \cdot (x_1 - x_2) = -Q; & \ddot{x}_2 = \frac{d^2 x_2}{dt^2}; \end{cases} \quad (1)$$

де  $x_1, x_2$  – переміщення відповідно першої і другої мас;  $Q$  взята зі знаком мінус як сила опору.

У рівняннях (1) перші складові – сили інерції відповідної маси, другі – сили пружності у зв'язку. У правій частині рівнянь (1) – сили, діючі на систему у період неусталеного руху.

З двох рівнянь системи (1), після нескладних перетворень і введення нової змінної  $x = (x_1 - x_2)$  – різниці переміщень мас, можна отримати одне диференціальне рівняння для  $x$ :

$$\ddot{x} + p^2 \cdot x = \frac{m_2 \cdot P + m_1 \cdot Q}{m_1 \cdot m_2}, \quad (2)$$

де  $p = \sqrt{\frac{C \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}$  - кругова частота власних коливань двомасової системи,  $c^{-1}$ . Період

власних коливань  $T, c$  визначається зі співвідношення:

$$T = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{C \cdot (m_1 + m_2)}}. \quad (3)$$

Загальний розв'язок (2) характеризує деформацію пружного ланцюга ( $x(t)$ ) чи динамічне зусилля у ньому, оскільки:

$$P_{\text{динамічне}} \equiv P_{\partial} = C \cdot (x_1 - x_2) = C \cdot x. \quad (4)$$

Розв'язок (2) із врахуванням (4), має вид:

$$P_{\partial} = A \cdot \cos(pt) + B \cdot \sin(pt) + \frac{m_2 P + m_1 Q}{m_1 + m_2}. \quad (5)$$

У (5) – (A,B) – постійні інтегрування чи амплітуди коливань динамічних навантажень у канаті, для визначення котрих необхідно встановити початкові умови.

А. Якщо початкові умови:  $x|_{t=0} = 0$ ;  $\dot{x}|_{t=0} = \frac{dx}{dt}|_{t=0} = 0$ , тобто фактично  $P_{\partial} \equiv 0$ , тоді:

$$A = -\frac{m_2 P + m_1 Q}{m_1 + m_2}, \quad B = 0. \quad (6)$$

Фактично такі початкові умови реалізуються для першої стадії підйому «з підхватом», коли канат ще ненапружений ( $P_{\partial} = 0$ ), а рух другої маси відсутній ( $x_2 = \dot{x}_2 = 0$ ), тобто протягом вибору слабину канату. Тоді для  $P_{\partial}$  маємо:

$$P_{\partial} = \frac{(m_1 Q + m_2 P)}{(m_1 + m_2)} \cdot (1 - \cos pt) = P_n \cdot (1 - \cos pt), \quad (7)$$

де  $P_n$  – постійна складова навантажень, котра дорівнює сумі статичних та інерційних (від маси  $m_2$ ) навантажень, і визначається за формулою:

$$P_n = \frac{(m_1 Q + m_2 P)}{(m_1 + m_2)} = n_1 \cdot Q + n_2 \cdot P, \quad (8)$$

де  $n_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$ ,  $n_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$  – коефіцієнти розподілу мас у системі. (Тут і у подальшому прийняті позначення роботи [1]).

Для з'ясування питання, наскільки динамічні навантаження у пружних зв'язках (канатах) перевищують величину статистичних навантажень у період неусталеного руху, подамо формулу (5) (для початкових умов, згаданих вище) таким чином:

$$P_{\partial} = Q + (P - Q) \cdot n_2 \cdot (1 - \cos pt). \quad (9)$$

Максимальні значення амплітуд коливань навантаження у пружних зв'язках наступують у моменти часу  $t_n^*$ , які визначаються з наступних співвідношень:

$$\cos(pt) = -1 \Leftrightarrow pt_n^* = \pi(2n - 1), \quad n \in N \Leftrightarrow t_n^* = \frac{\pi \cdot (2n - 1)}{p}. \quad (10)$$

При цьому маємо:

$$P_{\partial \max} = Q + 2 \cdot (P - Q) \cdot n_2. \quad (11)$$

Найменші навантаження у канатах будуть у моменти часу  $t_k^*$ , які визначаються з наступних співвідношень:

$$\cos(pt) = +1 \Leftrightarrow p \cdot t_k^* = 2\pi \cdot (k - 1), \quad k \in N \Leftrightarrow t_k^* = \frac{2\pi \cdot (k - 1)}{p}. \quad (12)$$

При цьому для  $P_{\partial \min}$  маємо:

$$P_{\partial \min} = Q. \quad (13)$$

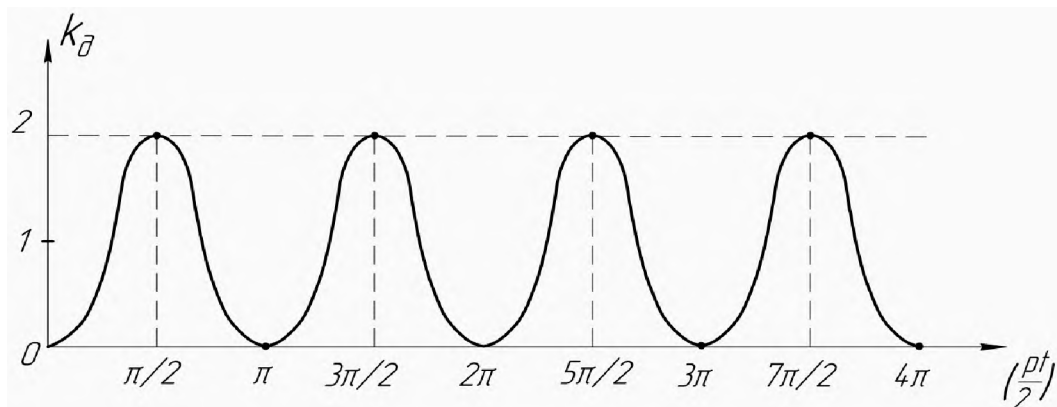
Розмах коливань навантажень у пружних зв'язках складає:

$$A_{\text{розмаху}} = P_{\partial \max} - P_{\partial \min} = 2 \cdot (P - Q) \cdot n_2 = 2 \cdot (P - Q) \cdot \frac{m_2}{(m_1 + m_2)}. \quad (14)$$

Коефіцієнт динамічності у цьому випадку визначається за формулою:

$$k_{\partial} = \frac{P_{\partial}}{P_n} = (1 - \cos pt) = 2 \cdot \sin^2\left(\frac{pt}{2}\right). \quad (15)$$

Залежність (15) подана на рис. 2.



**Рис. 2.** – Залежність  $k_{\partial}$  від  $t$  (15).

Б. Якщо початкові умови (уточнені):  $x|_{t=0} = 0$ ;  $\dot{x}|_{t=0} = V_o$ , тобто фактично  $P_\partial \equiv 0$ , тоді:

$$A = -\frac{m_2 P + m_1 Q}{m_1 + m_2}, \quad B = \frac{CV_o}{p}. \quad (16)$$

Фактично такі початкові умови реалізуються для першої стадії підйому «з підхватом», коли канат ще ненапружений ( $P_\partial = 0$ ), а рух другої маси відсутній ( $x_2 = \dot{x}_2 = 0$ ), тобто протягом вибору слабину канату (слід зазначити, що на відміну від випадку, розглянутого у п. А, коли  $\dot{x} = 0$ ,  $\dot{x}_2 = 0 \Leftrightarrow \dot{x}_1 = 0$ , тобто був відсутній поступальний рух маси  $m_1$ , у випадку п. Б – при  $\dot{x}_2 = 0$  (нерухома маса  $m_2$ ),  $\dot{x}_1 \neq 0$ ,  $\dot{x}_1 = V_o$ , тобто існує початкова швидкість руху маси  $m_1$ , коли вантаж ( $m_2$ ) ще не почав свій рух ( $\dot{x}_2 = 0$ ), а частини механізму ЕМС (маса  $m_1$ ) які обертаються, розігнані до певної швидкості обертання і мають лінійну швидкість обертального руху  $V_o$ ).

Розв'язок (2) для таких початкових умов (п. Б) має вид:

$$P_\partial = P_n \cdot (1 - \cos pt) + \frac{CV_o}{p} \cdot \sin pt = Q + (P - Q) \cdot n_2 \cdot (1 - \cos pt) + \frac{CV_o}{p} \cdot \sin pt. \quad (17)$$

Мінімальні значення навантаження у канатах будуть у моменти часу  $t_i^*$ , які визначаються з наступних співвідношень:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg}(pt) = -\frac{CV_o}{P_n \cdot p} \Leftrightarrow pt_i^* = i \cdot \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{CV_o}{P_n \cdot p}\right), \quad i \in N \Leftrightarrow \\ t_i^* = \frac{\left[ i \cdot \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{CV_o}{P_n \cdot p}\right) \right]}{p}. \end{array} \right. \quad (18)$$

При цьому для  $P_{\partial \min}$  маємо:

$$P_{\partial \min} = P_n \cdot \{1 - \cos(pt_i^*)\} + \frac{CV_o}{p} \cdot \sin(pt_i^*). \quad (19)$$

Оскільки у практичних випадках виконується нерівність:

$$P_n \gg \frac{CV_o}{p}, \quad (20)$$

тоді максимальні значення навантажень у канатах будуть у момент часу  $t_n^*$  (10) і складають:

$$P_{\partial \max} \cong 2 \cdot \sqrt{P_n^2 + \left(\frac{CV_o}{p}\right)^2}. \quad (21)$$

Розмах коливань навантажень у пружних зв'язках визначається зі співвідношення:

$$\tilde{A}_{\text{розмаха}} \cong \left[ P_n \cdot \{1 - \cos(pt_i^*)\} + \frac{CV_o}{p} \cdot \sin(pt_i^*) \right] \cdot (-1) + 2 \cdot \left\{ P_n^2 + \left(\frac{CV_o}{p}\right)^2 \right\}^{1/2}. \quad (22)$$

Коефіцієнт динамічності у цьому випадку визначається за формулою:

$$k_{\partial} = (1 - \cos pt) + \frac{CV_o}{p \cdot P_n} \cdot \sin(pt). \quad (23)$$

Залежність  $k_{\partial}(t)$  (23) можна подати у іншій формі:

$$k_{\partial}(t) = 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{CV_o}{p \cdot P_n}\right)^2} \cdot \sin(pt - \alpha), \quad (24)$$

де  $\alpha = \arctg\left(\frac{p \cdot P_n}{CV_o}\right)$ .

Максимальні значення  $k_{\partial}$  виникають у моменти ( $t_j^*$ ) часу, які визначаються зі співвідношення:

$$(p \cdot t_j^* - \alpha) = \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot (j-1), \quad j \in N \Leftrightarrow t_j^* = \left\{ \left[ \frac{\pi}{2} + 2\pi(j-1) \right] + \alpha \right\} / p. \quad (25)$$

При цьому маємо:

$$k_{\partial \max} = 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{CV_o}{p \cdot P_n}\right)^2}. \quad (26)$$

Мінімальні значення  $k_{\partial}$  виникають у моменти ( $t_l^*$ ) часу, які визначаються зі співвідношення:

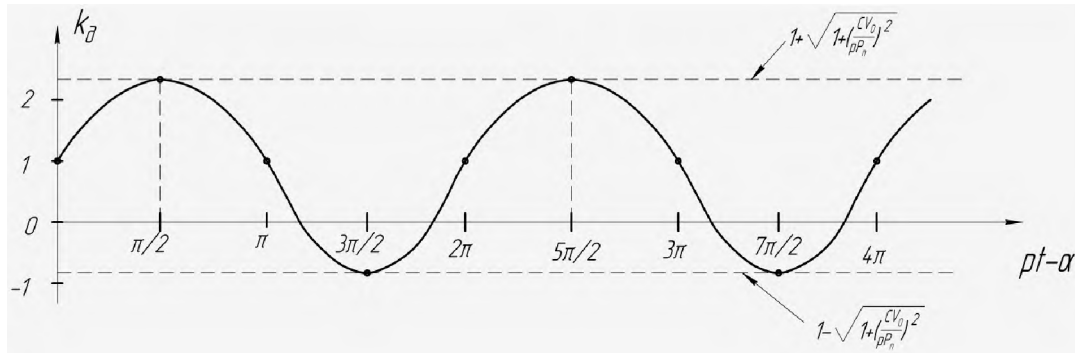
$$(p \cdot t_l^* - \alpha) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot (l-1), \quad l \in N \Leftrightarrow t_l^* = \left\{ -\frac{\pi}{2} + \alpha + 2\pi(l-1) \right\} / p. \quad (27)$$

При цьому маємо:

$$k_{\partial \min} = 1 - \sqrt{\left(\frac{CV_o}{p \cdot P_n}\right)^2 + 1} < 0. \quad (28)$$

Графік залежності  $k_{\partial}(t)$  (24) у випадку початкових умов п. Б наведений на рис. 3.





**Рис. 3.** – Залежність  $k_D$  від  $t$  (24).

В. Якщо початкові умови:  $x|_{t=0} = \frac{Q}{C}$ ;  $\dot{x}|_{t=0} = 0$ , тобто фактично  $P_D \equiv Q$ , тоді:

$$A = -\frac{m_2 \cdot P_{\text{надл}}}{(m_1 + m_2)} = -n_2 \cdot P_{\text{надл}}; \quad P_{\text{надл}} = P - Q > 0; \quad B = 0. \quad (29)$$

Ця ситуація реалізується при підйомі вантажу «з ваги», коли до початку пуску система знаходилась під навантаженням (канати напружені, оскільки вантаж знаходиться не на опорі, і розтягнуті силою ваги маси  $m_2$ ). Тоді маємо:

$$P_D = n_1 Q + n_2 \cdot P - n_2 \cdot P_{\text{надл}} \cdot \cos pt = P_n - n_2 \cdot (P - Q) \cdot \cos pt. \quad (30)$$

Максимальні значення амплітуд коливань навантажень у пружних зв'язках наступують у моменти часу  $t_n^*$  (10) і приймають:

$$P_{D\text{max}} = P_n + n_2 \cdot (P - Q) = 2n_2 P + (n_1 - n_2) \cdot Q \quad (31)$$

Мінімальні значення амплітуд коливань навантаження у канатах виникають у момент часу  $t_k^*$  (12). При цьому для  $P_{D\text{min}}$  маємо:

$$P_{D\text{min}} = P_n - n_2 \cdot (P - Q) = (n_1 + n_2) \cdot Q. \quad (32)$$

Розмах коливань навантажень у пружних зв'язках складає:

$$\tilde{A}_{\text{розмах}} = P_n + n_2 \cdot (P - Q) - P_n + n_2 \cdot (P - Q) = 2n_2 \cdot (P - Q) = 2n_2 \cdot P_{\text{надл}} \quad (33)$$

Коефіцієнт динамічності у цьому випадку визначається за формулою:

$$\begin{aligned} k_D &= 1 - \frac{n_2 \cdot (P - Q)}{P_n} \cdot \cos pt = 1 - \frac{n_2 \cdot P_{\text{надл}}}{P_n} \cdot \cos pt = \\ &= 1 - \frac{n_2 \cdot (P - Q)}{n_1 Q + n_2 P} \cdot \cos pt = 1 - \frac{(n_2 P - n_2 Q)}{(n_2 P - n_1 Q)} \cdot \cos pt. \end{aligned} \quad (34)$$

Отже, у цьому випадку і розмах коливань і коефіцієнт динамічності менші, ніж у випадку, описаному у пункті А.

Максимальні значення  $k_D$  виникають у моменти часу  $t_n^*$  (10) і складають:

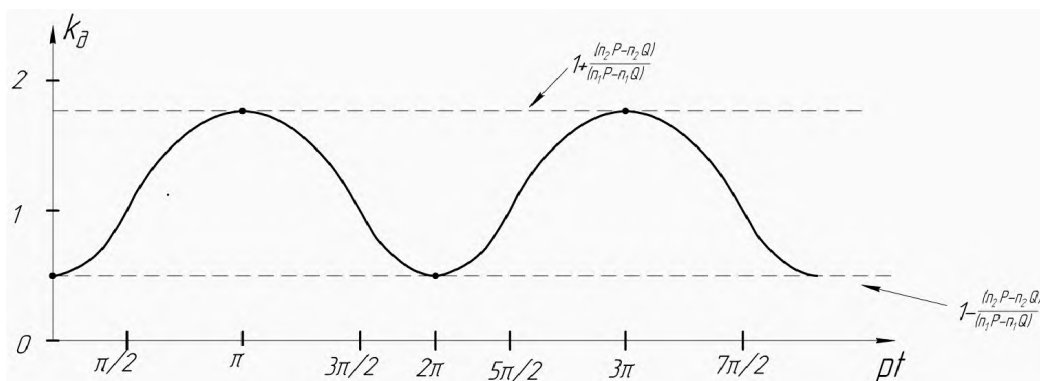
$$k_{\delta \max} = 1 + \frac{(n_2 P - n_2 Q)}{(n_2 P + n_1 Q)} = \frac{2n_2 P + (n_1 - n_2)Q}{(n_2 P + n_1 Q)} \quad (35)$$

Мінімальні значення  $k_{\delta}$  виникають у моменти часу  $t_k^*$  (12) і складають:

$$k_{\delta \min} = 1 - \frac{(n_2 P - n_2 Q)}{(n_2 P + n_1 Q)} = \frac{(n_1 + n_2)Q}{(n_2 P + n_1 Q)} \quad (36)$$

Графік залежності  $k_{\delta}(t)$  для випадку п. В початкових умов наведений на рис. 4.

(Зрозуміло, що вказані вище значення  $t_n^*$ ,  $t_k^*$ ,  $t_i^*$ ,  $t_j^*$  повинні належати інтервалу  $[0, t_p]$ , де  $t_p$  – тривалість пуску/розгону системи підйому вантажу).



**Рис. 4.** – Залежність  $k_{\delta}(t)$  (34).

### Висновки

У межах моделі дискретними (зосередженими) параметрами встановлені закони руху механічної двомасової моделі, яка моделює функціонування механізму підйому вантажу (мостового) крана, для трьох способів підйому вантажу: а) «з підхватом», «з ваги», «з землі». Аналітично описані основні характеристики цих рухів коливного характеру: 1) амплітуда; 2) частота; 3) період; 4) коефіцієнт динамічності. Запропоновані критерії якості руху, котрі дозволяють у режимах пуску мінімізувати коефіцієнт динамічності для всіх трьох, зазначених вище, способів підйому вантажу та закони руху механічної системи, які задовольняють вказаним критеріям. Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для уточнення і вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку механізмів підйому вантажу різними способами («з ваги», «з підхватом», «з землі») при функціонуванні кранів у перехідних режимах (пуску, гальмування, реверсу та ін.) і у режимах реальної експлуатації.

### Список використаних джерел:

1. Расчеты грузоподъемных и транспортирующих машин / Ф. К. Иванченко, В. С. Бондарев, Н. П. Колесник [и др.]. – Киев : Вища школа, 1978. – 756 с.
2. Вайнсон А. А. Строительные краны / А. А. Вайнсон. – М. : Машиностроение, 1970. – 488 с.
3. Александров М. П. Подъемно-транспортные машины / М. П. Александров. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Высшая школа, 1972. – 504 с.
4. Грузоподъемные машины : учеб. пособие по специальности "Подъемно-трансп. машины и оборудование" / под общ. ред. проф. М. П. Александрова. – М. : Высшая школа, 1973. – 472 с.
5. Казак С. А. Динамика мостовых кранов / С. А. Казак. – М. : Машиностроение, 1968. – 332 с.
6. Комаров М. С. Динамика механизмов и машин / М. С. Комаров. – М. : Машиностроение, 1968. – 295 с.

7. Гохберг М. М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин / М. М. Гохберг. – М. : Машиностроение, 1969. – 520 с.
8. Березниченко З. А. Разработка рациональных режимов управления электромеханической системой мостового крана / З. А. Березниченко, Н. В. Климченкова, С. В. Лагуненков / Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. – 2012. – № 4 (29). – С. 6-11.
9. Герасимьяк Р. П. Анализ и синтез крановых электромеханических систем / Р. П. Герасимьяк, А. А. Лещев. – Одесса : СМІЛ, 2008. – 192 с.
10. Александров М. П. Динамика грузоподъемных кранов / М. П. Александров. – М. : Машиностроение, 1986. – 400 с.
11. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – М. : АСТ : Астрель, 2006. – 991 с.
12. Патент 27558 Україна Спосіб вертикального переміщення вантажів краном / Клімченкова Н. В., Спаська А. М. ; власник Донбас. держ. машинобуд. акад. – № u200705695; заявл. 23.05.07; опубл. 12.11.2007, Бюл. №18. – 6 с.
13. Ловейкін В. С. Аналіз умов існування стаціонарних режимів (автоколивань) при роботі мостових кранів / В. С. Ловейкін, Ю. В. Човнюк, І. О. Кадикало // Підйомно-транспортна техніка. – 2016. – Вип. 3. – С. 4-15.
14. Ловейкін В. С. Динамічна оптимізація вантажопідйомних механізмів кранів при підйомі вантажу «з підхватом» / В. С. Ловейкін, Ю. В. Човнюк, І. О. Кадикало // Научний вестник ДГМА. – 2016. – Вип. 2 (20Е). – С. 90-98.
15. Ловейкин В. С. Уточненный анализ и минимизация динамических нагрузок в упругих элементах грузоподъемных машин / В. С. Ловейкин, Ю. В. Човнюк, И. А. Кадикало // Вестник ПНИПУ. Геология. Нефтегазовое и горное дело. – 2016. – Т. 15, № 21. – С. 354-361.
16. Григоров О. В. Вантажопідйомні машини : навч. посіб. / О. В. Григоров, О. В. Петренко. – Харків : НТУ «ХПІ», 2006. – 304 с.
17. Lee H. P. Dynamic response of a beam with a moving mass / H. P. Lee // Journal of Sound and Vibration. – 1996. – Vol. 191 (2). – Pp. 289-294.

#### References

1. Yvanchenko, F, Bondarev, V, Kolesnyk, N & Barabanov, V 1978, Raschety gruzopodemnyh i transportirujushhij mashin, Vishha shkola, Kiev.
2. Vajnsjon, AA 1970, Stroitelnye krany, Mashinostroenie, Moskva.
3. Aleksandrov, MP 1972, Podemno-transportnye mashiny, 4th edn, Vysshaja shkola, Moskva.
4. Aleksandrov, MP (ed.) 1973, Gruzopodemnye mashiny, Vysshaja shkola, Moskva.
5. Kazak, S 1968, Dinamika mostovykh kranov, Mashinostroenie, Moskva.
6. Komarov, M 1968, Dinamika mehanizmov i mashin, Mashinostroenie, Moskva.
7. Golberg, MM 1969, Metallicheskie konstrukcii podemno-transportnykh mashin, Mashinostroenie, Moskva.
8. Berezniuchenko, ZA, Klimchenkova, NV Lagunenkov, SV 2012, 'Razrabotka racionalnykh rezhimov upravlenija jelektromehanicheskoj sistemoj mostovogo krana', Visnyk Donbaskoi derzhavnoi mashynobudivnoi akademii, no. 4 (29), pp. 6-11.
9. Gerasimjak, RP & Leshhev, AA 2008, Analiz i sintez kranovykh jelektromehanicheskikh sistem, SMIL, Odessa.
10. Aleksandrov, MP 1986, Dinamika gruzopodemnykh kranov, Mashinostroenie, Moskva.
11. Vygodskij, MJa 2006, Spravochnik po vysshej matematike, AST, Astrel, Moskva.
12. Klimchenkova, NV & Spaska, AM 2007, Sposib vertykalnoho peremishchennia vantazhiv kranom, UA Patent 27558.
13. Loveikin, VS, Chovniuk, YuV & Kadykalo, IO 2016, 'Analiz umov isnuvannia statsionarnykh rezhymiv (avtokolyvan) pry roboti mostovykh kraniv', Pidiomno-transportna tekhnika, iss. 3, pp. 4-15.
14. Loveikin, VS, Chovniuk, YuV & Kadykalo, IO 2016, 'Dynamichna optymizatsiia vantazhopidiomnykh mekhanizmv kraniv pry pidiomi vantazhu z pidkhatom', Nauchnyj vestnik Donbaskoj gosudarstvennoj mashinostroitelnoj akademii, iss. 2 (20E), pp. 90-98.
15. Loveikin, VS, Chovniuk, YuV & Kadykalo, IO 2016, 'Utochnennyj analiz i minimizacija dinamicheskikh nagruzok v uprugih jelementah gruzopodemnykh mashin', Vestnik Permskogo nacionalnogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta, Geologija. Neftegazovoe i gornoe delo, vol. 15, no. 21, pp. 354-361.
16. Hryhorov, OV & Petrenko, OV 2006, Vantazhopidiomni mashyny, Natsionalnyi tekhnichniy universytet «Kharkivskiy politekhnichniy instytut, Kharkiv.
17. Lee, HP 1996, 'Dynamic response of a beam with a moving mass', Journal of Sound and Vibration, vol. 191 (2), pp. 289-294.

Стаття надійшла до редакції 4 жовтня 2019 р.