

DOI 10.32820/2079-1747-2019-24-33-39
УДК 621.923

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧОЇ ПОВЕРХНІ КРУГА В УМОВАХ ЕЛЕКТРОЕРОЗІЙНОГО АЛМАЗНОГО ШЛІФУВАННЯ

©Стрельчук Р. М.¹, Шелковий О.М.²

Українська інженерно-педагогічна академія¹

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»²

Інформація про авторів:

Стрельчук Роман Михайлович: ORCID: 0000-0002-7221-031X; r.m.strelchuk@gmail.com; кандидат технічних наук; доцент кафедри інформаційних комп'ютерних технологій і математики; Українська інженерно-педагогічна академія, вул. Університетська 16, м. Харків, 61003, Україна

Шелковий Олександр Миколайович: ORCID: 0000-0002-7414-4854; alnikshelk@gmail.com; доктор технічних наук; завідувач кафедри інтегрованих технологій машинобудування ім. М. Ф. Семка; Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», вул. Кирпичова, 2, м. Харків, 61002, Україна

У роботі наведено аналіз формул для підрахунку числа зерен алмазного круга, відстаней між ними, їх розподілів. Результати засновані на експериментальних дослідженнях і розрахункових методах з моделюванням конкретної форми зерен. Розбіжність кількісних даних пояснюється різним методичним підходом - профілографування, метод відбитків, оптичний, метод термопар, планіметричний, мікрошліфів і інші, а в розрахункових методах - відмінністю прийнятої форми зерна і вихідних розмірів зерен, заснованих на позначенні зернистості порошку. Крім того, з метою встановлення достовірних результатів, кожен із зазначених методів породжує цілий ряд особливих методик і оригінальних підходів. Профілографування робочої поверхні круга може здійснюватися алмазної голкою, долотоподібним щупом, із записом профілограм за двома допоміжним лініях, еквідистантно розташованим щодо контрольованої, з оцінкою рельєфу токопроводящей голкою для більш виразного розпізнавання алмазних зерен і виступів металевої зв'язки і т. д. І так в кожному методі. При цьому у відповідному відмітному способі наводиться аналіз переваг одного і недоліків іншого підходу.

Найбільш достовірним розрахунковим методом може вважатися той, при якому результати відповідають експериментальним даним, отриманим поштучним підрахунком числа зерен в одному караті і відповідного в одиниці об'єму алмазозного шару. У розрахунках така відповідність дозволяла судити про достовірність результатів.

Проводився аналіз і розрахунок зерен, котрі утримуються на робочій по-поверхні круга при найменшій глибині загортання в зв'язці. Багато дослідників як визначального параметра приймають максимальну висоту виступання зерен над рівнем зв'язки. У зв'язку з цим відзначимо, що мінімальна глибина закладення є більш надійною (стійкою), фізично яка визначається величиною, меншою мірою залежить від випадково факторів, що впливають.

Розглянута ймовірносно-статистична модель робочої поверхні шліфувального круга дозволяє описати розподіл ординат точок сумарним ріжучим профілем з урахуванням характеристики алмазовмісного шару.

Ключові слова: електроерозійне алмазне шліфування, робоча поверхня круга, елементарний ріжучий профіль.

Стрельчук Р.М., Шелковой А.Н. «Математическое моделирование рабочей поверхности круга в условиях электроэрозионного алмазного шлифования»

В работе приведено анализ формул для подсчета числа зерен алмазного круга, расстояний между ними, их распределений. Результаты основаны на экспериментальных исследованиях и расчетных методах с моделированием конкретной формы зерен. Несовпадение количественных данных объясняется различным методическим подходом – профилографирование, метод отпечатков, оптический, метод термопар, планиметрический, микрошлифов и

другие, а в расчетных методах – различием принятой формы зерна и исходных размеров зерен, основанных на обозначении зернистости порошка. Кроме того, с целью установления достоверных результатов, каждый из отмеченных методов порождает целый ряд особенных методик и оригинальных подходов. Профилографирование рабочей поверхности круга может производиться алмазной иглой, долотообразным щупом, с записью профилограмм по двум вспомогательным линиям, эквидистантно расположенным относительно контролируемой, с оценкой рельефа токопроводящей иглой для более отчетливого распознавания алмазных зерен и выступов металлической связки и т. д. И так в каждом методе. При этом в соответствующем отличительном способе приводится анализ преимуществ одного и недостатков другого подхода.

Наиболее достоверным расчетным методом может считаться тот, при котором результаты соответствуют экспериментальным данным, полученным поштучным подсчетом числа зерен в одном карате и соответственно в единице объема алмазосодержащего слоя. В расчетах такое соответствие позволяло судить о достоверности результатов.

Производился анализ и расчет зерен, удерживающихся на рабочей поверхности круга при наименьшей глубине заделки в связке. Многие исследователи в качестве определяющего параметра принимают максимальную высоту выступания зерен над уровнем связки. В связи с этим отметим, что минимальная глубина заделки является более надежной (устойчивой), физически определяемой величиной, в меньшей мере зависящей от случайно воздействующих факторов.

Рассмотренная вероятностно-статистическая модель рабочей поверхности шлифовального круга позволяет описать распределение ординат точек суммарным режущим профилем с учетом характеристики алмазосодержащего слоя.

Ключевые слова: электроэрозионное алмазное шлифование, рабочая поверхность круга, элементарный режущий профиль.

Strelchuk R., Shelkovoy A. «Mathematical modeling of the working surface of the wheel in the conditions of electroerosive diamond grinding»

The paper presents an analysis of formulas for calculating the number of grains of the diamond wheel, the distances between them, and their distributions. The results are based on experimental studies and calculation methods with simulation of a specific shape of grains. The discrepancy in the quantitative data is explained by a different methodological approach - profiling, imprint method, optical, thermocouple method, planimetric, microsections, and others, and in calculation methods - by the difference in the accepted grain shape and initial grain sizes, based on the designation of the grain size of the powder. In addition, in order to establish reliable results, each of the noted methods gives rise to a number of special techniques and original approaches. Profiling of the working surface of the circle can be carried out with a diamond needle, a chisel-like probe, with the recording of profilograms along two auxiliary lines, equidistantly located relative to the controlled one, with an assessment of the relief of the conductive needle for more distinct recognition of diamond grains and protrusions of a metal bond, etc. each method. Moreover, the corresponding distinctive method provides an analysis of the advantages of one and the disadvantages of another approach.

The most reliable calculation method can be considered the one in which the results correspond to experimental data obtained by piecewise counting the number of grains in one carat and, respectively, per unit volume of the diamondiferous layer. In the calculations, this correspondence made it possible to judge the reliability of the results.

The analysis and calculation of grains held on the working surface of the circle at the smallest embedment depth in the bundle was carried out. Many researchers as the determining parameter accept the maximum height of the protrusion of grains above the ligament level. In this regard, we note that the minimum embedment depth is more reliable (stable), physically determined value, at least depending on randomly acting factors.

The considered probabilistic-statistical model of the working surface of the grinding wheel allows us to describe the distribution of the ordinates of the points with the total cutting profile, taking into account the characteristics of the diamond-containing layer.

Keywords: erosion diamond grinding, working surface of a circle, elementary cutting profile.

Вступ

Робоча поверхня алмазного шліфувального круга являє собою сукупність великої кількості хаотично розташованих алмазних зерен, зцементованих металевою зв'язкою. Геометричні параметри рельєфу є випадковими величинами. У цьому зв'язку для вивчення закономірностей електроерозійного алмазного шліфування доцільно використовувати методи теорії ймовірностей і математичної статистики.

Методологія дослідження

Будемо вважати, що робоча поверхня круга представлена рядом послідовно розташованих елементарних ріжучих профілів (ЕРП) [1], які мають вигляд плоских кривих, отриманих перетином алмазного круга пучком площин, що проходять через його вісь і перпендикулярних вектору швидкості різання (рис. 1). Закономірності розташування алмазних зерен на робочій поверхні круга, характеристики ЕРП, визначаються розмірами зерен, величиною їх виступання над рівнем зв'язки і параметром шорсткості поверхні зв'язки $Ra_{зв}$ [2].

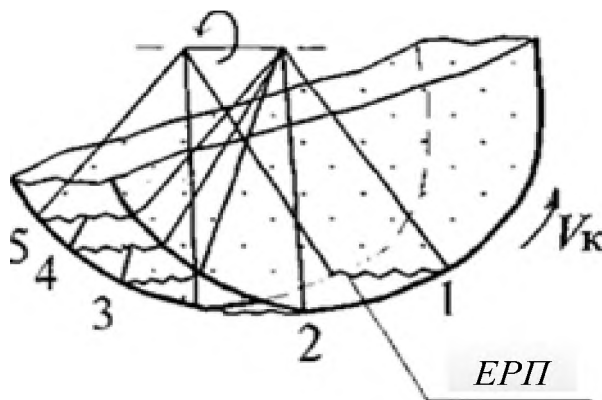


Рис. 1 До визначення робочої поверхні круга сукупністю елементарних ріжучих профілів (ЕРП)

Алмазні зерна мають у більшості випадків неправильну геометричну форму і різні розміри в межах однієї зернистості, у результаті чого важко характеризувати розмір зерна однієї геометричною величиною. Зернистість алмазного порошку визначається розмірами гнізд у світлі двох контрольних сит, через одне з яких зерна проходять, а на іншому затримуються. Однак, як правило, фактичний розмір зерна, обумовлений під мікроскопом, більше гнізда сита [3].

Це пояснюється тим, що частки подовженої форми можуть проходити через квадратні гнізда сита стоя, а плоскі – по діагоналі. Тому, крім основної фракції в складі даного порошку завжди зберігаються побічні фракції – крупніше і дрібніше основної. Наявність побічних фракцій приводить до значного відхилення фактичного середнього розміру зерен від розміру, котрий характеризує гніздами суміжних контрольних сит.

Якщо врахувати, що в реальному інструменті зерно може розташовуватися будь-якою своєю частиною стосовно зовнішньої робочої поверхні, то за еквівалентну форму зерна доцільно прийняти форму шара і діаметром $d_{ср}$, уважаючи всі його крапки ріжучими. Для визначення середнього еквівалентного діаметра $d_{ср}$ скористаємося формулою, запропонованою в роботі [4] для підрахунку маси частки неправильної форми:

$$N = \frac{Q}{K_o \rho_a d_{cp}^2} 10^3, \quad (1)$$

де N – число абразивних часток у навісці, шт; Q - навіска абразивного порошку, г; K_o – коефіцієнт упакування (заповнення) обсягу частками неправильної форми; ρ_a - щільність абразиву, г/см³; d_{cp} – еквівалентний усереднений діаметр алмазного зерна, мм.

Беручи до уваги, що для алмазного порошку $\rho_a = 3,53$ г/см³; $Q = 0,2$ г; $K_o = 0,25$, одержимо:

$$d_{cp} = \frac{6,1}{\sqrt[3]{N}}, \quad (2)$$

де N – число алмазних зерен у навісці рівній 1 карату, тис. шт.

Отримана формула дозволяє визначити середній еквівалентний діаметр для алмазних зерен по числу їх у навісці в 1 караті.

У таблиці 1 наведені значення середнього еквівалентного діаметра зерна для алмазного порошку марки АС6.

Таблиця 1 – Значення середнього еквівалентного діаметра зерна для алмазного порошку марки АС6

Зернистість алмазного порошку, Z, мкм	Середнє число зерен в 1 караті порошка, N, тис. шт.	Середній еквівалентний діаметр зерна, d_{cp} , мм
400/315	2,44	0,453
315/250	4,53	0,368
250/200	8,41	0,300
200/160	15,6	0,244
160/125	29,1	0,198
125/100	54,0	0,161
100/80	100	0,131
80/63	186	0,106
63/50	346	0,086
50/40	644	0,070

Таким чином, еквівалент алмазного зерна у формі шару, що має середній діаметр d_{cp} , обчислений з умови збереження маси абразивної речовини і числа зерен, закладених в обсяг алмазного круга, дає можливість змоделювати ідеалізований шліфувальний інструмент, по своїй будові і основним властивостям, що найбільш відповідає реальному прототипу.

Математична модель

Висота зерен над рівнем зв'язки залежить від умов закріплення зерна зв'язуванням і навантаження, яке воно сприймає в процесі шліфування. Встановлено [5], що для найбільш типових режимів обробки максимальна висота виступання зерен перебуває в межах 0,18...0,25 їх розміру. У такий спосіб на робочій поверхні алмазного шліфувального круга випадковим образом розташовуються зерна, що виступають над поверхнею зв'язки на величину h_z , що змінюється в межах від 0 до 0,25 d_{cp} . Результати досліджень показують, що роз-

поділ значень h_3 у зазначених межах з достатньою надійністю можна описати законом нормального розподілу виду:

$$f(h_3) = \frac{1}{\sigma_h^2 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(h_3 - h_{cp})^2}{2\sigma_h^2}\right], \quad (3)$$

де h_{cp} - середня висота wystупання зерен над зв'язкою.

У розглянутому випадку поле розсіювання значень висоти зерен над рівнем зв'язки лежить у межах від 0 до $0,25 d_{cp}$. У зв'язку із цим маємо:

$$\sigma_h = \frac{h_{3\max} - h_{3\min}}{6} = \frac{d_{cp}}{24}. \quad (4)$$

де σ_h – середнє квадратичне відхилення.

Шорсткість поверхні зв'язки, що характеризується середнім арифметичним відхиленням профілю $Ra_{3в}$, залежить від великої кількості факторів і відповідно центральній граничній теоремі теорії ймовірностей і можна прийняти, що вона також підкоряється нормальному закону розподілу:

$$f(Ra_{3в}) = \frac{1}{\sigma_{3в}^2 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{Ra_{3в}^2}{2\sigma_{3в}^2}\right], \quad (5)$$

де $\sigma_{3в}$ – середнє квадратичне відхилення параметра шорсткості поверхні зв'язки алмазного круга.

Оскільки профіль поверхні зв'язки стаціонарен і описується нормальним законом розподілу між параметрами $\sigma_{3в}$ і $Ra_{3в}$ має місце співвідношення:

$$Ra_{3в} = \sigma_{3в} \sqrt{\frac{2}{\pi}}. \quad (6)$$

Отже, величина середнього квадратичного відхилення буде рівна:

$$\sigma_{3в} = Ra_{3в} \sqrt{\frac{\pi}{2}}. \quad (7)$$

Таким чином, ордината довільної крапки ЕРП алмазного круга визначається двома незалежними випадковими величинами h_3 і $Ra_{3в}$, кожна з яких підкоряється нормальному закону розподілу. Для визначення закону розподілу ординат ЕРП потрібно знайти щільність розподілу випадкової величини: $y = h_3 + Ra_{3в}$, тобто зробити композицію законів розподілу $f(h_3)$ і $f(Ra_{3в})$.

Застосовуючи загальну формулу для композиції законів розподілу [6] маємо:

$$g(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(Ra_{3в}) f(y - Ra_{3в}) dRa_{3в} = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma_{3в}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{Ra_{3в}^2}{2\sigma_{3в}^2} - \frac{(y - Ra_{3в} - h_{cp})^2}{2\sigma_h^2}\right] dx. \quad (8)$$

Розкриваючи дужки в показнику підінтегральній функції і приводячи подібні члени одержимо:

$$g(y) = \frac{1}{2\pi\sigma_h\sigma_{3в}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-AX^2 + 2BX - C} dx. \quad (9)$$

$$\text{де } A = \frac{\sigma_h^2 + \sigma_{ze}^2}{2\sigma_h\sigma_{ze}}; B = \frac{y - h_{cp}}{2\sigma_h^2}; C = \frac{(y - h_{cp})^2}{2\sigma_h^2}.$$

З інтегрального вираження відомо, що:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-AX^2 + 2BX - C} dx = \sqrt{\frac{\pi}{A}} e^{\left(\frac{-AC - B^2}{A}\right)}. \quad (10)$$

Підставляючи (10) в (9), після перетворень маємо:

$$g(y) = \frac{1}{\sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_{ze}^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{(y - h_{cp})^2}{2(\sigma_h^2 + \sigma_{ze}^2)} \right]. \quad (11)$$

Таким чином, закон розподілу ординат ЕРП є законом нормального розподілу з математичним очікуванням m_e і середнім квадратичним відхиленням σ_e , які визначаються співвідношеннями:

$$\begin{aligned} m_e &= h_{cp}; \\ \sigma_e &= \sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_{ze}^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

У процесі обробки через деякий перетин оброблюваного виробу за один оберт алмазного круга проходить певна кількість ЕРП, кожний з яких знімає шар матеріалу. Результат послідовного впливу ЕРП може бути представлений як вплив, що обгинає, одержуваної при накладенні ЕРП один на одного [7]. Ця, що обгинає, називана сумарним ріжучим профілем (СРП) урахує разновисотність контактуючих зерен і ймовірність їх перекриття. Число послідовно розташованих ЕРП, що формують СРП із обліком їх незалежності визначається як:

$$n_e = \frac{\pi D_k}{l_s}, \quad (13)$$

де D_k – діаметр алмазного круга, мм; l_s – середня відстань між зернами, розташованими на робочій поверхні круга, мм.

Закон розподілу ординат СРП може бути знайдений зі співвідношення:

$$F(y) = [f(y_e)]^{n_e}, \quad (13)$$

Будемо вважати, що розподіл ординат СРП підкоряється нормальному закону розподілу з математичним очікуванням m_e і середнім квадратичним відхиленням σ_e .

Параметри нормального розподілу при $n_e \geq 100$ з достатньою точністю можуть бути розраховані по формулах:

$$\begin{aligned} m_c &= 1,55n_e^{0,11}\sigma_e; \\ \sigma_c &= \sqrt{0,49n_e^{0,22} + \sigma_e^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

де σ_c – середнє квадратическое відхилення ЕРП.

Висновки

Розглянута ймовірностно-статистична модель робочої поверхні шліфувального круга дозволяє описати розподіл ординат крапок СРП із урахуванням характеристики алмазозмістовного шару.

Список використаної літератури:

1. Дорофеев В. Д. Основы профильной алмазно-абразивной обработки / В.Д. Дорофеев. – Саратов : Изд-во Саратов. гос. ун-та, 1983. – 186 с.
2. In process estimation of fracture surface morphology during wheel scribing of a glass sheet by high-speed photoelastic observation / R. Hasegawa, S. Matsusaka, H. Hidai [et al.] // *Precis Engineering*. – 2016. –N 48. – Pp. 164-171.
3. Основы алмазного шлифования / М. Ф. Семко, А. И. Грабченко, А. Ф. Раб [и др.]. – Киев : Техника, 1978. – 192 с.
4. Gutsalenko Yu. Exploitative destruction features for detonation ultra-dispersed diamonds of initial metallic protection for abrasive powder grains to diamond-spark grinding tools / Yu. Gutsalenko, C. Iancu, S. Bratan // *Fiability & Durability*. – 2015. – Supplement No. 1 (14). – Pp. 3-8.
5. Кобзарь Л. Е. Прогрессивное алмазно-искровое шлифование / Л. Е. Коб-зарь, В. А. Фадеев, Н. К. Беззубенко. – Харьков : ХГПУ – ХНПО «ФЭД», 1995. – 152 с.
6. Koshy P. Mechanism of Material Removal in Electrical Discharge Diamond Grinding / P. Koshy, V. K. Jain, G. K. Lal // *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. – 1996. – Vol. 36, Iss. 10. – Pp. 1173-1185
7. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения. В 10 т. Т. 4. Теория абразивной и алмазно-абразивной обработки материалов / Под общ. ред. Ф. В. Новикова и А. В. Якимова. – Одесса : ОНПУ, 2002. – 802 с.

References

1. Dorofeev, VD 1983, *Osnovy profilnoj almazno-abrazivnoj obrabotki*, Izdatelstvo Saratovskogo gosudarstvennogo universiteta, Saratov.
2. Hasegawa, R, Matsusaka, S, Hidai, H, Chiba, A, Morita, N & Onuma, T 2016, 'In-process estimation of fracture surface morphology during wheel scribing of a glass sheet by high-speed photoelastic observation', *Precis Engineering*, no. 48, pp. 164-171.
3. Semko, MF, Grabchenko, AI, Rab, AF et al. 1978, *Osnovy almaznogo shlifovaniya*, Tehnika, Kiev.
4. Gutsalenko, Yu, Iancu, C & Bratan, S 2015, 'Exploitative destruction features for detonation ultra-dispersed diamonds of initial metallic protection for abrasive powder grains to diamond-spark grinding tools', *Fiability & Durability*, Supplement no. 1 (14), pp. 3-8.
5. Kobzar, LE, Fadeev, VA & Bezzubenko, NK 1995, *Progressivnoe almazno-iskrovoe shlifovanie*, Harkovskij gosudarstvennyj politechnical universitet, HNPO FJeD, Harkov.
6. Koshy, P, Jain, VK & Lal, GK 1996, 'Mechanism of Material Removal in Electrical Discharge Diamond Grinding', *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 36, iss. 10, pp. 1173-1185.
7. Novikov, FV & Jakimov, AV (eds.) 2002, *Fiziko-matematicheskaja teorija processov obrabotki materialov i tehnologii mashinostroenija*, vol. 4 *Teorija abrazivnoj i almazno-abrazivnoj obrabotki materialov*, Odesskij nacionalnyj politehnicheskij universitet, Odessa

Стаття надійшла до редакції 12 жовтня 2019 р.