

DOI 10.32820/2079-1747-2019-24-40-51
УДК 621.87

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ЗМІНИ ВІЛЬОТУ СТРІЛОВОЇ СИСТЕМИ КРАНА-МАНІПУЛЯТОРА ПРИ СУМІЩЕНІ РУХІВ РУКОЯТІ ТА ТЕЛЕСКОПІЧНОЇ СЕКЦІЇ

©Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., Сподоба О.О.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

Інформація про авторів:

Ловейкін Вячеслав Сергійович: ORCID: 0000-0003-4259-3900; lovvs@ukr.net; доктор технічних наук; завідувач кафедри конструювання машин і обладнання; Національний університет біоресурсів і природокористування України; навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна.

Ромасевич Юрій Олександрович: ORCID: 0000-0001-5069-5929; romasevichyuriy@ukr.net; доктор технічних наук; професор кафедри конструювання машин і обладнання; Національний університет біоресурсів і природокористування України; навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна.

Сподоба Олександр Олексійович: ORCID: 0000-0001-8217-866X; sp1309@ukr.net; аспірант кафедри конструювання машин і обладнання; Національний університет біоресурсів і природокористування України; навчальний корпус №11, вул. Героїв Оборони, 12, м. Київ, 03041, Україна.

В роботі розглянута методика побудови математичної моделі крана-маніпулятора в площині зміни вильоту стрілової системи із вантажем. Математична модель побудована із врахуванням трьох одночасних рухів, а саме, кутового переміщення рукояті, лінійного переміщення телескопічної секції та коливального руху захватного пристрою з вантажем. Розраховано функції зміни кінематичних та динамічних характеристик стрілової системи за одночасного переміщення її ланок та впливу коливального руху вантажу. Побудова математичної моделі виконується із застосуванням рівнянь Лагранжа другого роду. При цьому за узагальнені координати моделі крана-маніпулятора прийнято кутові координати положення рукояті та відхилення вантажу, а положення телескопічної секції визначається лінійною узагальненою координатою висування штоку приводного гідроциліндру.

Механічні характеристики приводу представлені у вигляді квадратичних залежностей між діючими зусиллями та швидкостями переміщень штоків силових гідроциліндрів. Керування елементами приводу представлено у вигляді рівнянь витрати робочої рідини зі зміною площі прохідного перерізу у часі за лінійним законом.

В результаті отримано рівняння руху крана-маніпулятора з врахуванням впливу інерційної складової кожної ланки стрілової системи та впливу коливального руху вантажу на динамічні навантаження елементів металоконструкції та гідравлічного приводу. Розроблена математична модель дозволяє теоретично визначити вплив одночасного переміщення рукояті та телескопічної секції на коливання вантажу та вплив коливання вантажу на динамічні навантаження, які виникають в стріловій системі та елементах приводу крана-маніпулятора.

Ключові слова: математична модель, зміна вильоту, суміщення рухів, кран-маніпулятор, рівняння Лагранжа другого роду, динамічні навантаження, коливання вантажу.

Ловейкин В.С., Ромасевич Ю.А., Сподоба А.А. «Математическая модель динамики изменения вылета стреловой системы крана-манипулятора при совмещении движений рукояти и телескопической секции».

В работе рассмотрена методика построения математической модели крана-манипулятора в плоскости изменения вылета стреловой системы с грузом. Математическая модель построена с учетом трех одновременных движений, а именно, углового перемещения рукояти, линейного перемещения телескопической секции и колебательного движения захватного устройства с грузом. Рассчитано функции изменения кинематических и динамических характеристик стреловой системы при одновременном перемещении ее звеньев и влия-

ния колебательного движения груза. Построение математической модели выполняется с применением уравнений Лагранжа второго рода. При этом за обобщенные координаты модели крана-манипулятора принято, угловые координаты положения рукояти и отклонения груза, а положение телескопической секции определяется линейной обобщенной координатой выдвижения штока приводного гидроцилиндра.

Механические характеристики привода представленные в виде квадратичных зависимостей между действующими усилиями и скоростями перемещений штоков силовых гидроцилиндров. Управление элементами привода представлено в виде уравнений расхода рабочей жидкости с изменением площади проходного сечения во времени за линейным законом.

В результате получено уравнение движения крана-манипулятора с учетом влияния инерционной составляющей каждого звена стреловой системы и влияния колебательного движения груза на динамические нагрузки элементов металлоконструкции и гидравлического привода. Разработанная математическая модель позволяет теоретически определить влияние одновременного перемещения рукояти и телескопической секции на колебания груза и влияние колебания груза на динамические нагрузки, возникающие в стреловой системе и элементах привода крана-манипулятора.

Ключевые слова: математическая модель, изменение вылета, совмещение движений, кран-манипулятор, уравнения Лагранжа второго рода, динамические нагрузки, колебания груза.

Loveikin, V., Romasevich Yu., Spodoba O.O. «Mathematical model of the dynamics varying the radius jib system loader crane at adjustment movement arm and telescopic section»

In the paper considers the method of constructing a mathematical model in the plane of change of departure of the jib system of a link loader crane with a load. The mathematical model is built with three simultaneous movements, namely, the simultaneous angular movement of the arm, the linear movement of the telescopic section and the oscillatory movement of the gripping device with a load. The functions of changing the kinematic and dynamic characteristics of the jib system while simultaneously moving its links are calculated. The construction of a mathematical model is performed using the Lagrange equations of the second kind. In this case, for the generalized coordinates of the model of a loader crane, the angular coordinates of the position of the links of the jib system and the angular deviation of the load, and the position of the telescopic section is determined by the linear generalized coordinate of the extension of the rod of the drive hydraulic cylinder.

The mechanical characteristics of the drive, presented in the form of quadratic dependencies between the acting forces and the speeds of movement of the rods of the power hydraulic cylinders. The control of the drive elements is represented as equations of the working fluid flow rate with a change in the flow area of the according to a linear law.

As a result, the equation of motion of the loader crane was obtained, taking into account the influence of the inertial component of each link of the jib system and the influence of the oscillatory movement of the load on the dynamic loads of the metal construction and the hydraulic drive elements. The developed mathematical model makes it possible to theoretically determine the effect of the simultaneous movement of the jib and arm on the oscillations of the load, and the effect of the oscillation of the load on the dynamic loads arising in the jib system and elements of the loader crane drive.

Key words: mathematical model, varying the radius, combination of movements, loader crane, Lagrange equations of the second kind, dynamic loads, load oscillations.

Постановка проблеми.

В процесі виконання технологічного процесу розвантажувально-завантажувальних операцій в елементах стрілової системи та елементах приводу крана-маніпулятора виникають динамічні навантаження, в наслідок нерівномірного обертання стрілової системи при

рівномірному переміщенні штоків гідроциліндрів. Динамічні навантаження залежать від кінематичних параметрів з'єднання ланок стрілової системи крана-маніпулятора та від характеру зміни швидкості переміщення ланок стрілової системи з вантажем.

При суміщенні операцій одночасного переміщення двох ланок стрілової системи можна значно підвищити продуктивність, надійність елементів гідравлічного обладнання та стрілової системи крана-маніпулятора, а також знизити динамічні навантаження, які виникають в елементах стрілової системи та приводних механізмах. Для визначення дійсних динамічних навантажень в елементах конструкції крана-маніпулятора при суміщенні рухів ланок стрілової системи необхідно мати адекватні математичні моделі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

В роботах [1-7] висвітлено основні методи побудови математичної моделі крана-маніпулятора. В даних роботах стрілова система крана-маніпулятора представлена як голономна механічна система, в якій центр ваги ланок елементів металоконструкції співпадає з їх геометричними параметрами.

В роботах [8-11] розглянуто побудову математичної моделі крана-маніпулятора, встановлено зв'язок між кінематичними залежностями привідної ланки крана-маніпулятора та вантажу. Проаналізовано вплив динамічних навантажень на елементи металоконструкції стрілової системи крана-маніпулятора.

В роботі [12] розглянуто вплив піддатливості робочої рідини та елементів гідравлічного приводу на динамічну навантаженість крана-маніпулятора з гідроприводом при суміщенні одночасного руху ланок стрілової системи.

В роботах [13-15] розглянуто аналіз впливу суміщення рухів трьох ланок стрілової системи на динамічну навантаженість крана-маніпулятора. При досить великому обсязі розгляду проблеми динамічного аналізу суміщення одночасного руху ланок стрілової системи, розв'язок даної задачі для кранів-маніпуляторів з гідроприводом не розглянуто з врахуванням коливання вантажу на кінці стрілової системи.

Постановка мети та завдання дослідження

Метою даної роботи є побудова математичної моделі динаміки зміни вильоту стрілової системи крана-маніпулятора при суміщенні операцій одночасного кутового переміщення рукояті та збільшення вильоту стрілової системи за рахунок висування телескопічної секції з коливаннями вантажу на кінці стрілової системи, а також дослідження динаміки зміни вильоту стрілової системи крана-маніпулятора.

Виклад основного матеріалу.

При дослідженні динаміки зміни вильоту стрілової системи крана-маніпулятора при суміщенні рухів (кутове переміщення рукояті, лінійне переміщення телескопічної секції та коливання вантажу) приймаємо наступні припущення: вважаємо, що усі ланки стрілової системи є абсолютно тверді тіла, окрім вантажу, який здійснює коливання на шарнірному підвісі в площині зміни вильоту; тертя в рухомих елементах і в'язке тертя рідини в трубопроводах не враховуємо; стисливість робочої рідини в елементах приводу не враховуємо.

Приймаючи наведені припущення, стрілову систему крана-маніпулятора в процесі зміни вильоту вантажу при суміщенні одночасно двох основних рухів ланок стрілової сис-

теми та коливального руху захватного пристрою з вантажем представляємо як голономну механічну систему з трьома ступенями вільності (рис. 1). Кутові координати положення стрілової системи відраховуємо від осі x , а кутову координату відхилення вантажу від осі y . За узагальнені координати системи приймаємо: кутову координату повороту рукояті β ; кутове відхилення від вертикалі шарнірного підвісу захватного пристрою разом з вантажем ν , та лінійну координату висування штоку приводного гідроциліндру U_3 .

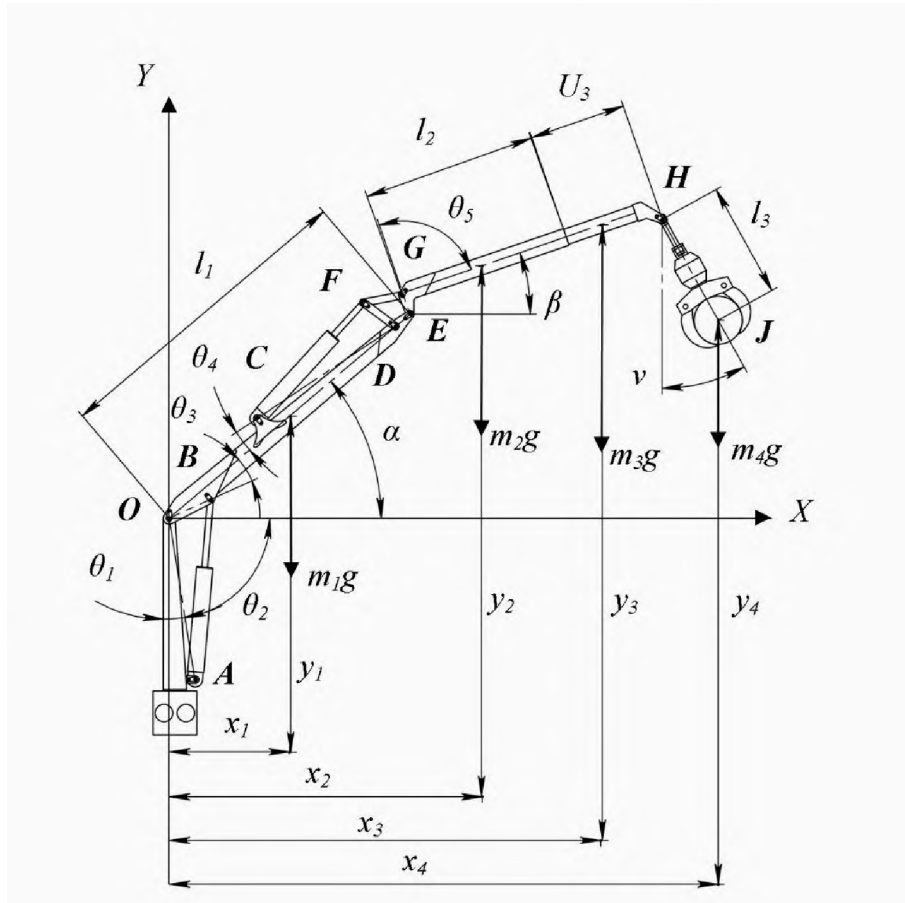


Рис. 1 – Динамічна модель стрілової системи крана-маніпулятора в процесі зміни вильоту при суміщенні рухів:

l_1 - довжина стріли; l_2 - довжина рукояті; l_3 - довжина шарнірного підвісу; m_1, m_2, m_3, m_4 - маси відповідно стріли, рукояті телескопічної секції та вантажу; $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$ - кути утворені геометричними параметрами елементів стрілової системи та приводних механізмів крана-маніпулятора; x_1, x_2, x_3, x_4 - горизонтальні координати центрів мас стріли, рукояті та вантажу; y_1, y_2, y_3, y_4 - вертикальні координати центрів мас відповідно стріли, рукояті та вантажу.

Виразимо координати центрів мас для рукояті, телескопічної секції та захватного механізму з вантажем крана-маніпулятора через узагальнені координати:

$$\begin{cases} x_2 = \frac{l_2}{2} \cos(\beta); \\ y_2 = \frac{l_2}{2} \sin(\beta); \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_3 = \left(l_2 + \frac{U_3}{2} \right) \cdot \cos(\beta); \\ y_3 = \left(l_2 + \frac{U_3}{2} \right) \cdot \sin(\beta); \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_4 = (l_2 + U_3) \cdot \cos(\beta) + l_4 \cdot \sin(\nu); \\ y_3 = (l_2 + U_3) \cdot \sin(\beta) - l_4 \cdot \cos(\nu). \end{cases} \quad (3)$$

Для складання рівнянь руху крана-маніпулятора в процесі зміни вильоту стрілової системи з вантажем за одночасного кутового переміщення рукояті, лінійного переміщення телескопічної секції та коливання вантажу використовуємо рівняння Лагранжа другого роду, які для системи, наведеної на (рис. 1), мають вигляд:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial T}{\partial \beta} = Q_\beta - \frac{\partial \Pi}{\partial \beta}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{U}_3} - \frac{\partial T}{\partial U_3} = Q_{U_3} - \frac{\partial \Pi}{\partial U_3}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\nu}} - \frac{\partial T}{\partial \nu} = Q_\nu - \frac{\partial \Pi}{\partial \nu}, \end{cases} \quad (4)$$

де t - час; T, Π - відповідно кінетична та потенціальна енергія стрілової системи крана-маніпулятора в процесі зміни вильоту вантажу; Q_β, Q_{U_3}, Q_ν - неконсервативні складові узагальнених сил системи, що відповідають узагальненим координатам β, U_3, ν .

Виразимо кінетичну енергію стрілової системи крана-маніпулятора:

$$T = \frac{1}{2} \cdot J_2 \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_3 \cdot (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2) + m_4 \cdot (\dot{x}_4^2 + \dot{y}_4^2), \quad (5)$$

де m_3 - маса телескопічної секції; m_4 - маса вантажу; J_2 - момент інерції рукояті відносно осі її обертання, точки E (рис. 1).

Запишемо вираз потенціальної енергії стрілової системи крана-маніпулятора в процесі зміни вильоту:

$$\Pi = (m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4) \cdot g, \quad (6)$$

де g - прискорення вільного падіння.

Візьмемо похідні від кінетичної енергії (5), що входять в систему рівнянь (4):

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} &= m_2 \left(\dot{x}_2 \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{\beta}} + \dot{y}_2 \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial \dot{\beta}} \right) + m_3 \left(\dot{x}_3 \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial \dot{\beta}} + \dot{y}_3 \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial \dot{\beta}} \right) + m_4 \left(\dot{x}_4 \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial \dot{\beta}} + \dot{y}_4 \frac{\partial \dot{y}_4}{\partial \dot{\beta}} \right); \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{U}_3} &= m_2 \left(\dot{x}_2 \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{U}_3} + \dot{y}_2 \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial \dot{U}_3} \right) + m_3 \left(\dot{x}_3 \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial \dot{U}_3} + \dot{y}_3 \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial \dot{U}_3} \right) + m_4 \left(\dot{x}_4 \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial \dot{U}_3} + \dot{y}_4 \frac{\partial \dot{y}_4}{\partial \dot{U}_3} \right); \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\nu}} &= m_2 \left(\dot{x}_2 \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{\nu}} + \dot{y}_2 \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial \dot{\nu}} \right) + m_3 \left(\dot{x}_3 \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial \dot{\nu}} + \dot{y}_3 \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial \dot{\nu}} \right) + m_4 \left(\dot{x}_4 \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial \dot{\nu}} + \dot{y}_4 \frac{\partial \dot{y}_4}{\partial \dot{\nu}} \right); \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} &= J_2 \dot{\beta} + m_2 \left(\dot{x}_2 \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{\beta}} + \dot{y}_2 \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial \dot{\beta}} \right) + m_3 \left(\dot{x}_3 \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial \dot{\beta}} + \dot{y}_3 \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial \dot{\beta}} \right) + m_4 \left(\dot{x}_4 \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial \dot{\beta}} + \dot{y}_4 \frac{\partial \dot{y}_4}{\partial \dot{\beta}} \right); \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{U}_3} &= m_2 \left(\dot{x}_2 \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{U}_3} + \dot{y}_2 \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial \dot{U}_3} \right) + m_3 \left(\dot{x}_3 \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial \dot{U}_3} + \dot{y}_3 \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial \dot{U}_3} \right) + m_4 \left(\dot{x}_4 \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial \dot{U}_3} + \dot{y}_4 \frac{\partial \dot{y}_4}{\partial \dot{U}_3} \right); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{v}} &= m_2 \left(\dot{x}_2 \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial v} + \dot{y}_2 \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial v} \right) + m_3 \left(\dot{x}_3 \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial v} + \dot{y}_3 \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial v} \right) + m_4 \left(\dot{x}_4 \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial v} + \dot{y}_4 \frac{\partial \dot{y}_4}{\partial v} \right); \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \beta} &= J_2 \ddot{\beta} + m_2 \left(\ddot{x}_2 \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \beta} + \dot{x}_2 \frac{\partial \ddot{x}_2}{\partial \beta} + \ddot{y}_2 \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial \beta} + \dot{y}_2 \frac{\partial \ddot{y}_2}{\partial \beta} \right) + m_3 \left(\ddot{x}_3 \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial \beta} + \dot{x}_3 \frac{\partial \ddot{x}_3}{\partial \beta} + \right. \\ &+ \left. \ddot{y}_3 \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial \beta} + \dot{y}_3 \frac{\partial \ddot{y}_3}{\partial \beta} \right) + m_4 \left(\ddot{x}_4 \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial \beta} + \dot{x}_4 \frac{\partial \ddot{x}_4}{\partial \beta} + \ddot{y}_4 \frac{\partial \dot{y}_4}{\partial \beta} + \dot{y}_4 \frac{\partial \ddot{y}_4}{\partial \beta} \right); \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial U_3} &= m_2 \left(\ddot{x}_2 \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial U_3} + \dot{x}_2 \frac{\partial \ddot{x}_2}{\partial U_3} + \ddot{y}_2 \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial U_3} + \dot{y}_2 \frac{\partial \ddot{y}_2}{\partial U_3} \right) + m_3 \left(\ddot{x}_3 \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial U_3} + \dot{x}_3 \frac{\partial \ddot{x}_3}{\partial U_3} + \right. \\ &+ \left. \ddot{y}_3 \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial U_3} + \dot{y}_3 \frac{\partial \ddot{y}_3}{\partial U_3} \right) + m_4 \left(\ddot{x}_4 \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial U_3} + \dot{x}_4 \frac{\partial \ddot{x}_4}{\partial U_3} + \ddot{y}_4 \frac{\partial \dot{y}_4}{\partial U_3} + \dot{y}_4 \frac{\partial \ddot{y}_4}{\partial U_3} \right); \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial v} &= m_2 \left(\ddot{x}_2 \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial v} + \dot{x}_2 \frac{\partial \ddot{x}_2}{\partial v} + \ddot{y}_2 \frac{\partial \dot{y}_2}{\partial v} + \dot{y}_2 \frac{\partial \ddot{y}_2}{\partial v} \right) + m_3 \left(\ddot{x}_3 \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial v} + \dot{x}_3 \frac{\partial \ddot{x}_3}{\partial v} + \ddot{y}_3 \frac{\partial \dot{y}_3}{\partial v} + \dot{y}_3 \frac{\partial \ddot{y}_3}{\partial v} \right) \\ &+ m_4 \left(\ddot{x}_4 \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial v} + \dot{x}_4 \frac{\partial \ddot{x}_4}{\partial v} + \ddot{y}_4 \frac{\partial \dot{y}_4}{\partial v} + \dot{y}_4 \frac{\partial \ddot{y}_4}{\partial v} \right). \end{aligned}$$

Візьмемо часткові похідні від потенціальної енергії (6):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial \beta} &= \left(m_2 \frac{\partial y_2}{\partial \beta} + m_3 \frac{\partial y_3}{\partial \beta} + m_4 \frac{\partial y_4}{\partial \beta} \right) \cdot g; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial U_3} &= \left(m_3 \frac{\partial y_3}{\partial U_3} + m_4 \frac{\partial y_4}{\partial U_3} \right) \cdot g; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial v} &= m_4 \frac{\partial y_4}{\partial v} \cdot g. \end{aligned} \tag{8}$$

Визначимо неконсервативні складові узагальнених сил, що входять в систему рівнянь (4). Для цього складемо рівняння елементарних робіт:

$$\begin{aligned} Q_\beta \delta \beta &= F_2 \cdot \delta U_2, \\ Q_{U_3} \delta U_3 &= F_3 \cdot \delta U_3. \end{aligned} \tag{9}$$

В отриманому рівнянні виразимо варіацію переміщення штоків гідроциліндрів через варіацію узагальнених координат, в результаті чого отримаємо:

$$\begin{aligned} Q_\beta &= F_2 \frac{\partial U_2}{\partial \beta}; \\ Q_{U_3} &= F_3, \end{aligned} \tag{10}$$

де F_2 - зусилля в гідроциліндрі приводу рукояті; F_3 - зусилля в гідроциліндрі приводу телескопічної секції.

Підставивши вирази (7 – 10) в систему рівнянь (4), отримаємо систему диференціальних рівнянь руху крана-маніпулятора в процесі зміни вильоту стрілової системи з вантажем при суміщенні двох рухів:

$$\begin{cases} J_2 \cdot \ddot{\beta} + m_2 \cdot \left(\ddot{x}_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial \beta} + \ddot{y}_2 \cdot \frac{\partial y_2}{\partial \beta} \right) + m_3 \cdot \left(\ddot{x}_3 \cdot \frac{\partial x_3}{\partial \beta} + \ddot{y}_3 \cdot \frac{\partial y_3}{\partial \beta} \right) + m_4 \cdot \left(\ddot{x}_4 \cdot \frac{\partial x_4}{\partial \beta} + \ddot{y}_4 \cdot \frac{\partial y_4}{\partial \beta} \right) = \\ = -F_2 \cdot \frac{\partial U_2}{\partial \beta} - \left(m_2 \cdot \frac{\partial y_2}{\partial \beta} + m_3 \cdot \frac{\partial y_3}{\partial \beta} + m_4 \cdot \frac{\partial y_4}{\partial \beta} \right) \cdot g; \\ m_3 \cdot \left(\ddot{x}_3 \cdot \frac{\partial x_3}{\partial U_3} + \ddot{y}_3 \cdot \frac{\partial y_3}{\partial U_3} \right) + m_4 \cdot \left(\ddot{x}_4 \cdot \frac{\partial x_4}{\partial U_3} + \ddot{y}_4 \cdot \frac{\partial y_4}{\partial U_3} \right) = F_3 - \left(m_3 \cdot \frac{\partial y_3}{\partial U_3} + m_4 \cdot \frac{\partial y_4}{\partial U_3} \right) \cdot g; \\ m_4 \cdot \left(\ddot{x}_4 \cdot \frac{\partial x_4}{\partial v} + \ddot{y}_4 \cdot \frac{\partial y_4}{\partial v} \right) = -m_4 \cdot \frac{\partial y_4}{\partial v} \cdot g. \end{cases} \quad (11)$$

Знайдемо координати приводних механізмів (рис. 2), що входять в систему рівнянь (11).

$$CF = U_2 = \sqrt{CD^2 + DF^2 - 2 \cdot CD \cdot DF \cdot \cos(\angle CDF)}. \quad (12)$$

Для визначення $\angle CDF$ спочатку розглянемо чотирьох ланковий механізм $EDFG$ (рис. 2), і визначимо діагональ DG :

$$DG = \sqrt{EG^2 + DE^2 - 2 \cdot EG \cdot DE \cdot \cos(\angle DEG)}. \quad (13)$$

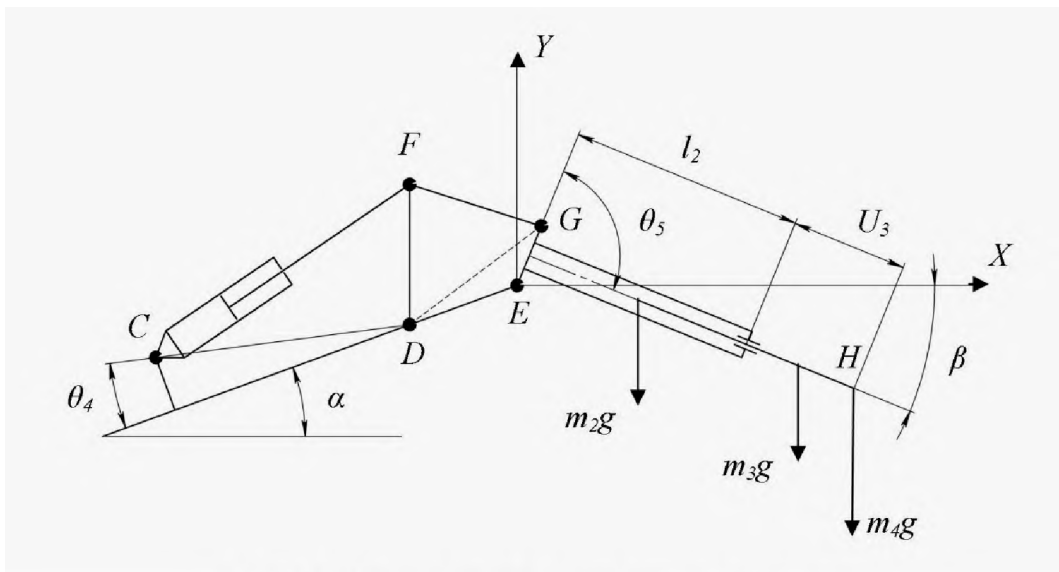


Рис. 2 – Кінематична схема привода рукояті

$$\angle DEG = \pi - (\theta_5 + \beta - \alpha). \quad (14)$$

Після підстановки виразу (15) в залежність (14) отримуємо:

$$DG = \sqrt{EG^2 + DE^2 - 2 \cdot EG \cdot DE \cdot \cos(\theta_5 + \beta - \alpha)}. \quad (15)$$

Використовуючи теорему синусів, запишемо:

$$\frac{\sin \angle DEG}{DG} = \frac{\sin \angle EDG}{EG}. \quad (16)$$

З рівняння (17) знаходимо:

$$\angle ADE = \text{ArcSin} \left(\frac{EG \cdot \sin(\theta_5 + \beta - \alpha)}{DG} \right). \quad (17)$$

Кут $\angle FDG$ знайдемо з виразу:

$$FG^2 = DF^2 + DG^2 - 2 \cdot DF \cdot DG \cdot \cos \angle FDG. \quad (18)$$

Тоді:

$$\angle FDG = \text{ArcCos} \left(\frac{DG^2 + DF^2 - FG^2}{2 \cdot DF \cdot DG} \right). \quad (19)$$

Склавши вирази (18) і (20) знайдемо кут $\angle EDF$:

$$\angle EDF = \text{ArcSin} \left(\frac{EG \cdot \sin(\theta_5 + \beta - \alpha)}{DG} \right) + \text{ArcCos} \left(\frac{DG^2 + DF^2 - FG^2}{2 \cdot DF \cdot DG} \right). \quad (20)$$

Тепер можна знайти кут $\angle CDF$:

$$\angle CDF = \pi - \angle EDF - \theta_4. \quad (21)$$

Після підстановки виразу (22) в залежність (13) отримуємо:

$$U_2 = \sqrt{CD^2 + DF^2 + 2 \cdot CD \cdot DF \cdot \cos(\angle EDF - \theta_4)}. \quad (22)$$

Рушійні зусилля в силових гідроциліндрах визначаються з механічних характеристик, які представлені у вигляді квадратичних залежностей між діючими зусиллями та швидкостями переміщень штоків силових гідроциліндрів:

$$F_2 = P_n \cdot A_2 \cdot \sqrt{1 - \frac{A_2 \cdot \dot{U}_2}{Q_2}},$$

$$F_3 = P_n \cdot A_3 \cdot \sqrt{1 - \frac{A_3 \cdot \dot{U}_3}{Q_3}}, \quad (23)$$

де: P_n - тиск рідини в гідравлічній системі створений насосом; A_2 - площа поршня гідроциліндра приводу рукояті; A_3 - площа поршня гідроциліндра приводу телескопічної секції; \dot{U}_2 швидкість переміщення штоку гідроциліндра приводу рукояті; \dot{U}_3 швидкість переміщення штоку гідроциліндра приводу телескопічної секції.

Витрата робочої рідини, яка протікає через гідророзподільник для надання приводним гідроциліндрам потрібного режиму пуску та подальшого переміщення стрілової системи, визначається наступними залежностями, відповідно для гідроциліндрів приводу рукояті та телескопічної секції:

$$Q_2 = \mu \cdot f_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta P_2}{\rho}};$$

$$Q_3 = \mu \cdot f_3 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta P_3}{\rho}}, \quad (24)$$

де: ΔP_2 - перепад тиску в гідроциліндрі приводу рукояті; ΔP_3 - перепад тиску в гідроциліндрі приводу телескопічної секції; μ - коефіцієнт витрати робочої рідини, який залежить від конструкції дроселя та визначається експериментально (для кромкових гідророзподільників $\mu = 0.65 - 0.7$); f_2, f_3 - площі прохідних перерізів гідравлічного розподільника; ρ - питома маса рідини.

Для розрахунку динаміки зміни вильоту стрілової системи крана-маніпулятора використовуємо такі вихідні параметри: $m_2 = 155 \text{ кг}$, $m_3 = 65 \text{ кг}$, $m_4 = 650 \text{ кг}$, $l_1 = 4 \text{ м}$, $l_2 = 2,1 \text{ м}$, $l_3 = 0,8 \text{ м}$, $AO = 1,6 \text{ м}$, $OB = 0,5 \text{ м}$, $CD = 1,6 \text{ м}$, $l_1 = 4 \text{ м}$, $DF = 0,425 \text{ м}$, $FG = 0,425 \text{ м}$,

$$EG = 0,425м, \quad DE = 0,255м, \quad P_n = 20 \cdot 10^6 \text{ Па}, \quad A_2 = 0,00915м^2, \quad A_3 = 0,003115м^2, \\ \theta_1 = 0,192\text{рад}, \quad \theta_2 = 1,378\text{рад}, \quad \theta_3 = 0,384\text{рад}, \quad \theta_4 = 0,157\text{рад}, \quad \theta_5 = 1,57\text{рад}, \quad \rho = 850\text{кг/м}^3 \\ \alpha = 0,1\text{рад}.$$

Початкові умови руху маніпулятора: $\beta[0] = 0.2$, $\dot{\beta}[0] = 0$, $U_3[0] = 0$, $\dot{U}_3[0] = 0$, $v[0] = 0$, $\dot{v}[0] = 0$.

Підставивши в систему рівнянь (11) вихідні параметри та початкові умови і розв'язавши її, визначено кінематичні і силові характеристики стрілової системи крана-маніпулятора та побудовано графічні залежності (рис. 3). При розв'язку системи рівнянь було прийнято такі припущення: час відкривання золотникового гідророзподільника становить 0,1 с; площа прохідного перерізу гідророзподільника змінювалась за лінійним законом.

Аналізуючи наведені графічні залежності переміщення елементів приводу та ланок стрілової системи (рис. 3, а – рис. 3, в), можна визначити у відповідності до геометричних та кінематичних характеристик функціональну залежність кутового переміщення ланок стрілової системи при лінійному переміщенні штоків силових гідроциліндрів.

Розв'язавши систему рівнянь з вихідними параметрами та початковими умовами, побудовано графічні залежності розгону та виходу на усталений рух штоків приводних гідроциліндрів та відповідно ланок стрілової системи (рис. 3, г – рис. 3, е) за умови одночасного переміщення рукояті, телескопічної секції та вантажу. Аналізуючи графічні залежності швидкостей штоків силових гідроциліндрів, можна зазначити, що розгін штоку гідроциліндра переміщення рукояті відбувається протягом 0,5 с, а на усталеному русі супроводжується динамічними навантаженнями коливального характеру. При цьому максимальне значення швидкості усталеного руху становить 0,075 м/с. Для штоку гідроциліндра приводу телескопічної секції вихід на усталений рух відбувається протягом 0,15 с, при цьому швидкість переміщення становить 0,105 м/с. Вихід на усталений рух рукояті (рис. 3, д) відбуваються у відповідності до виходу на усталений рух штоку приводного гідроциліндра, в подальшому супроводжується динамічними навантаженнями. Кутова швидкість переміщення рукояті на початку усталеного руху становить 0,23 рад/с, при подальшому переміщенні незначно зростає. Поступове зростання швидкості рукояті при усталеному русі штоку гідроциліндра викликане кінематичними параметрами стрілової системи крана-маніпулятора та відповідно коливальним рухом вантажу (рис. 3, з).

Із системи рівнянь (11) та виразів (23-24) визначено функціональну залежність зміни тиску в робочих камерах гідроциліндрів в процесі одночасного переміщення рукояті, телескопічної секції та вантажу (рис. 3 є – рис. 3 ж). Як видно з графічних залежностей тиск на початку руху дорівнює $2 \cdot 10^7 \text{ Па}$, що відповідає тиску робочої рідини в гідросистемі. При подальшому переміщенні ланок стрілової системи і виходу її на усталений рух тиск в гідроциліндрі приводу рукояті становить приблизно $7 \cdot 10^6 \text{ Па}$, та супроводжується незначними коливаннями. Це спричинено інерційною складовою ланок стрілової системи та відповідно виникнення в ній та елементах приводу динамічних навантажень спричинених коливальним рухом вантажу (рис. 3, з).

Враховуючи інерційні складові ланок стрілової системи та коливання тиску робочої рідини в привідних гідроциліндрах, побудовано залежність коливання вантажу на кінці стрілової системи при одночасному переміщенні рукояті та телескопічної секції (рис. 3, з).

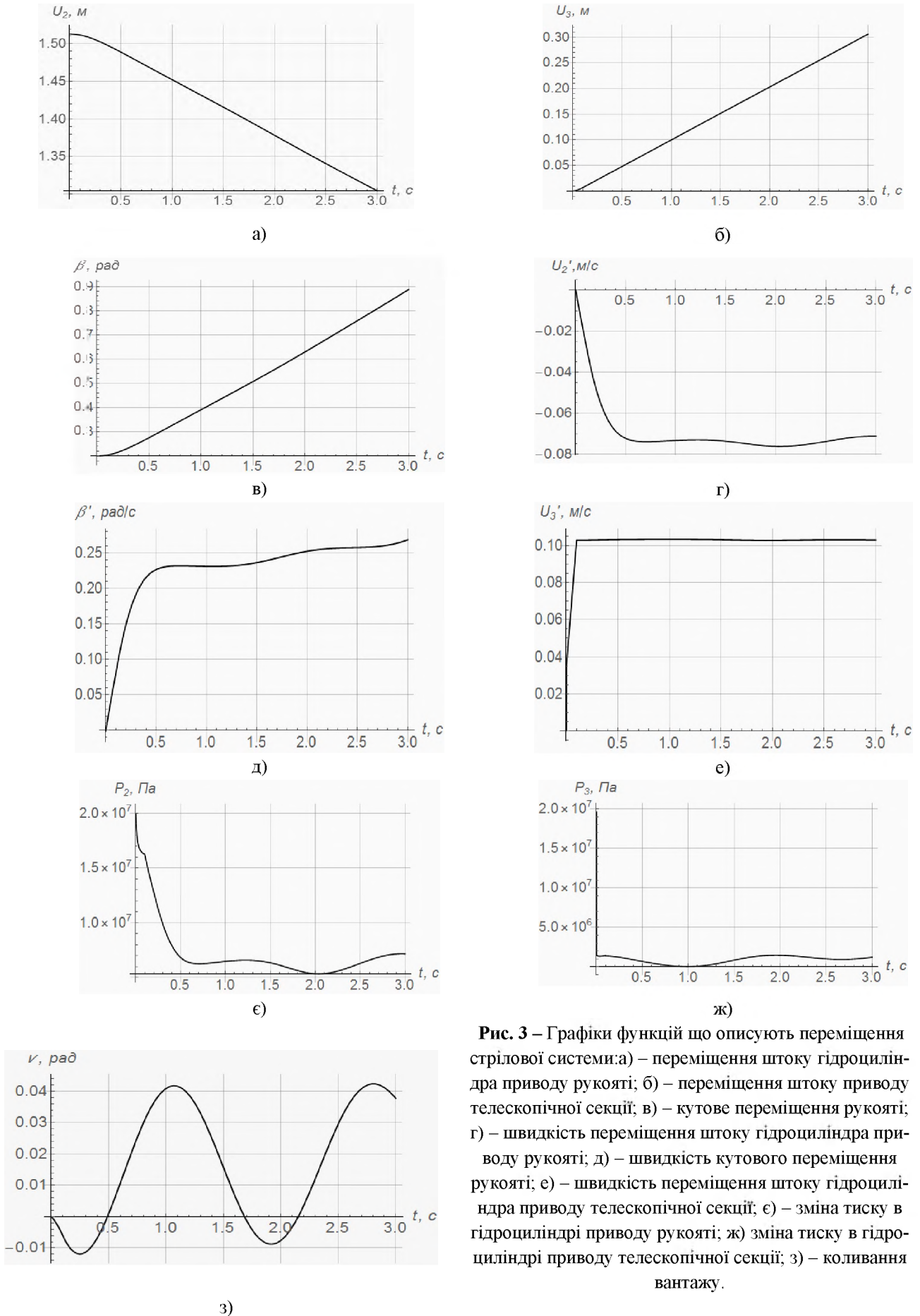


Рис. 3 – Графіки функцій що описують переміщення стрілової системи: а) – переміщення штоку гідроциліндра приводу рукояті; б) – переміщення штоку приводу телескопічної секції; в) – кутове переміщення рукояті; г) – швидкість переміщення штоку гідроциліндра приводу рукояті; д) – швидкість кутового переміщення рукояті; е) – швидкість переміщення штоку гідроциліндра приводу телескопічної секції; є) – зміна тиску в гідроциліндрі приводу рукояті; ж) зміна тиску в гідроциліндрі приводу телескопічної секції; з) – коливання вантажу.

Із наведеної графічної залежності можна побачити характерну відповідність відхилення захватного механізму з вантажем від вертикалі (рис. 3, з) яка збігаються по часу із динамічними навантаженнями в елементах приводу, ланках стрілової системи (рис. 3, д – рис. 3, е) та коливанням тиску робочої рідини (рис. 3, е – рис. 3, ж). Виходячи з початкових умов на початку руху відхилення вантажу відсутнє. При виході на усталений рух телескопічної секції (рис. 3, е) відхилення вантажу становить $-0,01\text{rad}$, а коливання рукояті (рис. 3, д) є незначними. Протягом переміщення стрілової системи максимальне відхилення вантажу становить $0,041\text{rad}$, що ускладнює позиціонування вантажу при розвантажувально-навантажувальних операціях та призводить до збільшення динамічних навантажень в елементах металоконструкції та приводу.

Висновки.

В результаті проведеного дослідження побудовано математичну модель динаміки зміни вильоту в площині переміщення стрілової системи з вантажем крана-маніпулятора за умови суміщення одночасного кутового переміщення рукояті, лінійного переміщення телескопічної секції та захватного пристрою з вантажем. Проведено динамічний аналіз механізму переміщення рукояті та одночасного переміщення телескопічної секції з врахуванням впливу коливального руху захватного пристрою з вантажем. Отримано графічні залежності кінематичних характеристик та динамічних навантажень в стріловій системі та елементах приводу крана-маніпулятора. Запропонована математична модель дає змогу визначити дійсні динамічні навантаження в елементах конструкції маніпулятора та приводних механізмах за умови одночасного переміщення двох ланок стрілової системи та вантажу на кінці стріли. Отримані результати можна використати у проектуванні нових стрілових систем кранів-маніпуляторів, а також їхнього раціонального використання в умовах експлуатації.

Список использованных источников:

1. Ковальский В. Ф. Математическое моделирование динамики манипуляционной системы мобильной транспортно-технологической машины с учетом упругости звеньев / В. Ф. Ковальский // Известия МГТУ МАМИ. – 2016. – № 3. – С. 9-15.
2. Мильто А. А. Динамический и прочностной анализ гидравлических крано-манипуляторных установок мобильных транспортно-технологических машин: дис. ... канд. техн. наук : спец. 05.05.04 «Дорожные, строительные и подъемно-транспортные машины» / Мильто А. А. – М., 2016. – 172 с.
3. Бакай Б. Я. Попереднє представлення рівняння динаміки маніпулятора методом Лагранжа-Ейлера / Б. Я. Бакай // Науковий вісник НЛТУ України. – 2011. – Вип. 21.18. – С. 322-327.
4. Заболотный К. С. Использование прямой задачи динамики для расчета манипулятора тоннельного укладчика / К. С. Заболотный, А. А. Сирченко, А. Л. Жупиев // Вібрації в техніці та технологіях. Національний гірничий університет. – 2016. – № 2 (82). – С. 22-27.
5. Тертычный-Даури В. Ю. Динамика робототехнических систем / В. Ю. Тертычный-Даури. – СПб : НИУ ИТМО, 2012. – 128 с.
6. Dobrachev A. A. Simulating the dynamic reaction of manipulator supports / A. A. Dobrachev, L. T. Raevskaya, A. V. Shvets // Russian Engineering Research. – 2010 – № 1. – Pp. 11-16.
7. Добрачев А. А. Кинематические схемы, структуры и расчет параметров лесопромышленных манипуляторных машин : монография / А. А. Добрачев, Л. Т. Раевская, А. В. Швец. – Екатеринбург : Уральский государственный лесотехнический университет, 2014. – 128 с.
8. Ловейкін В. С. Математична модель динаміки зміни вильоту крана маніпулятора з жорсткими ланками / В. С. Ловейкін, Д. О. Міщук // Техніка будівництва. – 2006. – № 19. – С. 26-29.
9. Ловейкін В. С. Математичне моделювання зміни вильоту вантажу маніпулятором з гідроприводом / В. С. Ловейкін, Д. О. Міщук // Гірничі, будівельні, дорожні і меліоративні машини : зб. наук. пр. – Київ, 2012. – № 79. – С. 9-15.
10. Лагереv И. А. Моделирование рабочих процессов манипуляционных систем мобильных многоцелевых транспортно-технологических машин и комплексов : монография / И. А. Лагереv. – Брянск : РИО БГУ, 2016. – 371 с.

11. Ловейкін В. С. Експериментальне дослідження динаміки руху штока гідроциліндра підйому шарнірнозчленованої стрілової системи крана-маніпулятора з гідроприводом / В. С. Ловейкін, Д. О. Мішук // *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини* : зб. наук. пр. – Київ, 2011. – № 78. – С. 28-34.
12. Емтыль З. К. О влиянии податливости рабочей жидкости и элементов гидропривода на динамическую нагруженность гидроманипулятора при совмещении движений звеньев / З. К. Емтыль, И. М. Бартечев, А. П. Татаренко // *Труды Физического Общества Республики Адыгея*. – Майкоп : Изд-во АГУ, 2000. – № 6. – С. 83-87.
13. Гидроманипуляторы и лесотехническое оборудование : монография / З. К. Емтыль, И. М. Бартечев, М. В. Драплюк [и др.]. – М. : Наука, 2011. – 408 с.
14. Мішук Д. О. Дослідження динамічної моделі гідравлічного циліндра об'ємного гідроприводу / Д. О. Мішук // *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини* : зб. наук. пр. – Київ, 2016. – № 87. – С. 74-81.
15. Ловейкін В. С. Синтез оптимального динамічного режиму руху стріли маніпулятора, усталеного на упругому основанні / В. С. Ловейкін, Д. А. Мішук // *Наука і техніка*. – 2019. – Том 18, № 1. – С. 55-61.

References

1. Kovalskij, VF 2016, 'Matematicheskoe modelirovanie dinamiki manipulacionnoj sistemy mobilnoj transportno-tehnologicheskoy mashiny s uchetom uprugosti zvenev', *Izvestija Moskovskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta MAMI*, no. 3, pp. 9-15.
2. Milto, AA 2016, 'Dinamicheskij i prochnostnoj analiz gidravlicheskih kranomanipulyatornyh ustanovok mobilnyh transportno-tehnologicheskij mashin', *Kand.tech.n. thesis, Moskovskiy avtomobilno-dorozhnyiy gosudarstvennyiy tehničeskij universitet, Moskva*.
3. Bakaj, BYa 2011, 'Poperednie predstavleniya rivniannya dynamiki manipulyatora metodom Lahranzha-Eйлера', *Naukovyi visnyk NLTU Ukrainy*, no. 21.18, pp. 322-327.
4. Zabolotnyj, KS, Sirchenko, AA & Zhupiev, AL 2016, 'Ispolzovanie prjamoj zadachi dinamiki dlja rascheta manipulyatora tonnelnogo ukladchika', *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh. Natsionalnyi hirnychi universytet*, no. 2(82), pp. 22-27.
5. Tertychnyj-Dauri, VJu 2012, *Dinamika robototekhnicheskijh sistem*, *Nacionalnyj issledovatel'skij universitet informacionnyh tehnologij, mehaniki i optiki, Sankt-Peterburg*.
6. Dobrachev, AA, Raevskaya, LT & Shvets, AV 2010, 'Simulating the dynamic reaction of manipulator supports', *Russian Engineering Research*, no. 1, pp. 11-16.
7. Dobrachev, AA, Raevskaya, LT & Shvec, AV 2014, *Kinematicheskie shemy, struktury i raschet parametrov lesopromyshlennyh manipulyatornyh mashin*, *Uralskij gosudarstvennyj lesotekhnicheskij universitet, Ekaterinburg*.
8. Loveikin, VS & Mishchuk, DO 2006, 'Matematychna model dynamiky zminy vygotu kрана manipulyatora z zhorstkymy lankamy', *Tekhnika budivnytstva*, no.19, pp. 26-29.
9. Loveikin, VS & Mishchuk, DO 2012, 'Matematychno modeliuвання зміни вилоту вантажу маніпулятором з гідроприводом', *Hirnychi, budivelni, dorozhni i melioratyvni mashyny*, Kyiv, no. 79, pp. 9-15.
10. Lagerev, IA 2016, *Modelirovanie rabochijh processov manipulacionnyh sistem mobilnyh mnogocelevykh transportno-tehnologicheskijh mashin i kompleksov*, *Redakcionno-izdatelskij otdel Brjanskogo gosudarstvennogo universiteta, Brjansk*.
11. Loveikin, VS & Mishchuk, DO 2011, 'Eksperymentalne doslidzhennya dynamiky rukhu shtoka hidrosylindra pidiomu sharnirnozchlenovanoi strilovoi systemy kрана-manipulyatora z hidropryvodom', *Hirnychi, budivelni, dorozhni i melioratyvni mashyny*, no. 78, pp. 28-34.
12. Emtyl, ZK, Bartenev, IM & Tatarenko, AP 2000, 'O vlijanii podatlivosti rabochej zhidkosti i jelementov gidroprivoda na dinamicheskiju nagruzhennost gidromanipulyatora pri sovmeshhenii dvizhenij zvenev', *Trudy Fizicheskogo Obshhestva Respubliki Aдыгея, Izdatel'stvo Aдыгеjskogo gosudarstvennogo universiteta, Majkop*, no. 6, pp. 83-87.
13. Emtyl, ZK, Bartenev, IM, Draplyuk, MV, Popikov, P, Buhtoyarov, A & Tatarenko, L 2011, *Gidromanipulyatory i lesotekhnicheskoe oborudovanie*, *Nauka, Moskva*.
14. Mishchuk, DO 2016, 'Doslidzhennya dynamichnoi modeli hidravlichnogo tsylindra obiemnogo hidropryvod', *Hirnychi, budivelni, dorozhni ta melioratyvni mashyny*, Kyiv, no. 87, pp. 74-81.
15. Loveikin, VS & Mishchuk, DO 2019, 'Sintez optimalnogo dinamicheskogo rezhima dvizhenija strely manipulyatora, ustanovlennogo na uprugom osnovanii', *Nauka i tehnika*, vol. 18, no. 1, pp. 55-61.

Стаття надійшла до редакції 15 жовтня 2019 р.