

DOI 10.32820/2079-1747-2019-24-124-130
УДК 621.7.044

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЖЕСТКОГО ФУНДАМЕНТА НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИМПУЛЬСА ВЗРЫВА

©Фролов Е.А.¹, Коробко Б.О.¹, Агарков В.В.², Дерябкина Е.С.³

Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка¹

Державне підприємство "Харківстандартметрологія"²

Українська інженерно-педагогічна академія³

Информация об авторах:

Фролов Євгеній Андрійович: ORCID 0000-0002-9415-1066, naumova_olgal@gmail.com, доктор технічних наук, професор, професор кафедри технології машинобудування, Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка, Першотравневий проспект, 24, 36011, м. Полтава, Україна.

Коробко Богдан Олегович: ORCID 0000-0001-5319-6615, natavereh@ukr.net, доктор технічних наук, професор, професор кафедри технології машинобудування, Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка, Першотравневий проспект, 24, 36011, м. Полтава, Україна.

Агарков Віктор Васильович: ORCID 0000-0001-9883-0480, 290@mti.kharkov.ua; кандидат технічних наук, заст. директора лабораторії, Державне підприємство "Харківстандартметрологія", вул. Мироносицька, 36, м. Харків, 61003, Україна.

Дерябкина Євгенія Станіславівна: ORCID: ORCID 0000-0002-5531-0124, 216464@mail.ru, кандидат технічних наук, доцент кафедри інтегрованих технологій в машинобудуванні і зварювального виробництва, Українська інженерно-педагогічна академія; вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна.

Целью исследований было создание надежных методов расчета фундаментов, обеспечивающих безопасную работу установок штамповки деталей с использованием ударно-импульсного нагружения (электрогидравлический удар, взрыв, пневмо и статико динамический удар). Для расчета рассматриваем фундамент расположенный на поверхности упругого основания и нагруженный асимметричной нагрузкой $P(r,t)$. Считая фундамент жестким, получено дифференциальное уравнение движения фундамента без учета колебаний. Далее предполагаем, что горизонтальное перемещение отсутствует, то это допущение и асимметричный характер задачи позволяет использовать вариационный метод решения. Это позволяет записать дифференциальное уравнение, тогда колебательное движение упругого основания под нагрузкой равно величине реакции грунта, расположенного под фундаментом. Полученное уравнение описывает движение упругого элемента за пределами основания и позволяет учесть влияние упругих и инерционных сил грунта в этой области на параметры движения фундамента.

Предполагается, что форма колебаний упругого основания соответствует статической осадке. Получено общее решение уравнения колебаний в виде модифицированной функции Бесселя. Выполнив необходимые преобразования, получим, что под действием мгновенного импульса, жесткий фундамент на упругом основании совершает гармонические колебания с круговой частотой. Для вычисления коэффициентов необходимо знать характер перемещения по глубине основания. Полученные в статье выражения для определения частоты свободных колебаний жесткого фундамента на упругом основании под действием импульсного нагружения позволяет решать целый ряд задач по выбору режимов фундаментов технологических установок ударно-импульсного нагружения, осуществляемого энергией взрыва в гидросреде.

Ключевые слова: ударно-импульсное нагружение, расчет, движение, мгновенный импульс, частота колебаний жесткого фундамента.

Фролов Є.А., Коробко Б.О., Агарков В.В., Дерябкина Є.С. «Визначення частоти вільних коливань жорсткого фундаменту на пружній основі під дією імпульса вибуху»

Метою досліджень було створення надійних методів розрахунку фундаментів, що забезпечують безпечну роботу установок штампування деталей з використанням ударно-імпульсного навантаження (електрогідравлічний удар, вибухове навантаження, пневмо і статико динамічний удар). Для розрахунку розглядаємо фундамент розташований на поверхні пружної основи і навантажений асиметричним навантаженням $P(r, t)$. Вважаючи фундамент жорстким, отримано диференціальне рівняння руху фундаменту без урахування коливань. Далі припускаємо, що горизонтальне переміщення відсутнє, то це допущення та асиметричний характер завдання дозволяє використати варіаційний метод рішення. Це дозволяє записати диференціальне рівняння, тоді коливальний рух пружної основи під навантаженням дорівнює величині реакції ґрунту, розташованого під фундаментом. Отримане рівняння описує рух пружного елемента за межами основи і дозволяє врахувати вплив пружних і інерційних сил ґрунту в цій області на параметри руху фундаменту. Передбачається, що форма коливань пружної основи відповідає статичному осіданню. Отримано загальне рішення. Отримані в статті вирази для визначення частоти вільних коливань жорсткого фундаменту на пружній основі під дією імпульсного навантаження дозволяє вирішувати цілий ряд завдань по вибору режимів фундаментів технологічних установок ударно -імпульсного навантаження, здійснюваного енергією вибуху у гідросередовищі.

Ключові слова: ударно-імпульсне навантаження, розрахунок, рух, миттєвий імпульс, частота коливань жорсткого фундаменту.

Frolov E., Korobko B., Agarkov V., Deryabkina E. «Determination of frequency of free vibrations of hard foundation on the resilient founding under the action of impulse of explosion».

The aim of the research was to create reliable methods for calculating foundations that ensure the safe operation of stamping parts using shock-impulse loading (electro-hydraulic shock, explosive loading, pneumatic and static-dynamic shock). For calculation, we consider a foundation located on the surface of an elastic base and loaded with an asymmetric load $P(r, t)$. Considering the foundation to be rigid, a differential equation for the movement of the foundation without vibrations is obtained. Further, we assume that there is no horizontal displacement, then this assumption and the asymmetric nature of the problem make it possible to use the variational solution method. This allows you to write a differential equation, then the oscillatory motion of the elastic base under load is equal to the magnitude of the reaction of the soil located under the foundation. The obtained equation describes the movement of the elastic element outside the base and allows you to take into account the influence of the elastic and inertial forces of the soil in this area on the parameters of the movement of the foundation.

It is assumed that the vibrational shape of the elastic base corresponds to a static draft. A general solution of the oscillation equation is obtained in the form of a modified Bessel function. Having completed the necessary transformations, we find that under the action of an instantaneous impulse, a rigid foundation on an elastic base performs harmonic oscillations with a circular frequency. To calculate the coefficients, you must know the nature of the movement along the depth of the base. The expressions obtained in the article for determining the frequency of free vibrations of a rigid foundation on an elastic foundation under the influence of pulsed loading allow us to solve a number of problems in choosing the modes of foundations of technological installations for shock-pulse loading carried out by the explosion energy in a hydraulic medium.

Keywords: impulse loading, calculation, motion, instantaneous impulse, oscillation frequency of a rigid foundation.

1. Введение.

Штамповка листовых деталей сложной конфигурации из труднодеформируемых и малопластичных материалов представляет собой сложный процесс, требующий применение специального энергоемкого оборудования. Широкое распространение в промышленности

способов изготовления деталей с помощью ударно-импульсных источников энергии повлекло за собой создание для этих целей различных технологических процессов и установок (электрогидравлическая, взрывная, пневмоударная, статико-динамическая штамповка). Неотъемлемой частью любой такой установки является фундамент, предназначенный для размещения на нем технологической оснастки и передающей среды, а также для предотвращения сейсмического воздействия импульсной нагрузки на окружающее цеховое оборудование.

2. Постановка проблемы.

Постепенное вытеснение существующего кузнечно-прессового оборудования (импульсной, пневмоударной и статико-динамической штамповки), а также стремление поставить высокоскоростные способы обработки металлов [1-3] на технологический поток требуют создания надежных методов расчета фундаментов, обеспечивающих безопасную работу установок в цехе и достаточную их долговечность. Вместе с тем необходимо искать пути снижения веса фундаментов с целью уменьшения стоимости технологической установки, оборудования.

Для решения этих вопросов необходимо знать параметры движения фундаментов под действием ударно-импульсной нагрузки и их частоту свободных колебаний, существующие методики не учитывают специфику ударно-импульсного нагружения в такого вида установок [4].

Целью данного исследования является определение частотных колебаний фундаментов на упругом основании под действием ударно-импульсного нагружения.

3. Основной материал.

Рассмотрим круглый в плане фундамент радиуса R , расположенный на поверхности упругого основания и нагруженный асимметричной внешней нагрузкой $P(r, t)$.

Считая фундамент жестким, запишем в цилиндрической системе координат дифференциальное уравнение движения фундамента без учета затухания колебаний:

$$M \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + Q(t) = P(t), \quad (1)$$

где M – масса фундамента; $Q(t)$ – суммарная сила реакции упругого основания; $P(t)$ – суммарная внешняя, нагрузка на фундамент.

Реакции упругого основания найдем при следующем упрощающем предположении: горизонтальные перемещения грунта отсутствуют или малы настолько, что ими можно пренебречь. Учитывая это допущение, а также асимметричный характер задачи, можно, используя вариационный метод [5], представить искомые перемещения фундамента в виде

$$\begin{aligned} U(r, \theta, z, t) &= 0 \\ V(r, \theta, z, t) &= 0 \\ W(r, \theta, z, t) &= W(r, t) \cdot \psi(z) \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь U, V, W – составляющие перемещения в направлении координат r, θ, z соответственно, $\psi(z)$ – функция, характеризующая безопасную работу распределение перемещений по высоте основания, выбираемая заранее в соответствии с физическими условиями задачи.

При условии (2) выбираем функцию $\psi(z)$ так, чтобы $\psi(z)=1$, и рассмотрим равновесие элемента упругого основания с учетом инерционных сил. Тогда дифференциальное уравнение движения упругого основания запишется следующим образом:

$$2\mu \left[\frac{\partial^2 W(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W(r, t)}{\partial r} \right] - \lambda W(r, t) - m_1 \frac{\partial^2 W(r, t)}{\partial t^2} + q(r, t) = 0, \quad (3)$$

Коэффициенты данного уравнения имеют вид:

$$\mu = \frac{E_0 r_{11}}{4(1+\nu_0)}; \quad \lambda = \frac{E_0 s_{11}}{1-\nu_0}; \quad m_1 = \rho r_{11}, \quad (4)$$

где:

$$r_{11} = \int_{(H)} \psi^2(z) dz,$$

$$s_{11} = \int_{(H)} \psi'^2(z) dz,$$

ρ – плотность грунта,

$$E_0 = \frac{E}{1-\nu^2} \text{ – приведенный модуль упругости грунта,}$$

$$\nu_0 = \frac{\nu}{1-\nu} \text{ – приведенный коэффициент Пуассона грунта.}$$

Дифференциальное уравнение (3) описывает колебательное движение упругого основания под нагрузкой $q(r, t)$, равной по величине реакции грунта, расположенного под фундаментом. Поскольку фундамент имеет конечные размеры, то в упругом основании следует рассматривать две области (рис. 1), колебания которых описываются уравнениями:

при $0 \leq r \leq R$

$$\frac{\partial^2 W_1(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_1(r, t)}{\partial r} - \alpha^2 W_2(r, t) = \frac{m_1}{2\mu} \frac{\partial^2 W_1(r, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial(r, t)}{2\mu} = 0, \quad (5)$$

при $0 \leq r \leq \infty$

$$\frac{\partial^2 W_2(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_2(r, t)}{\partial r} - \alpha^2 W_2(r, t) = \frac{m_1}{2\mu} \frac{\partial^2 W_2(r, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (6)$$

где R – радиус фундамента; $\alpha^2 = \lambda/2\mu$.

Поскольку фундамент принят жестким, то из условия совместности перемещения фундамента и упругого основания (рис.1) можно для области $0 \leq r \leq R$ получить искомые перемещения фундамента:

$$W_1 = CT(t), \quad (7)$$

где C – постоянная; $T(t)$ – функция, зависящая только от времени.

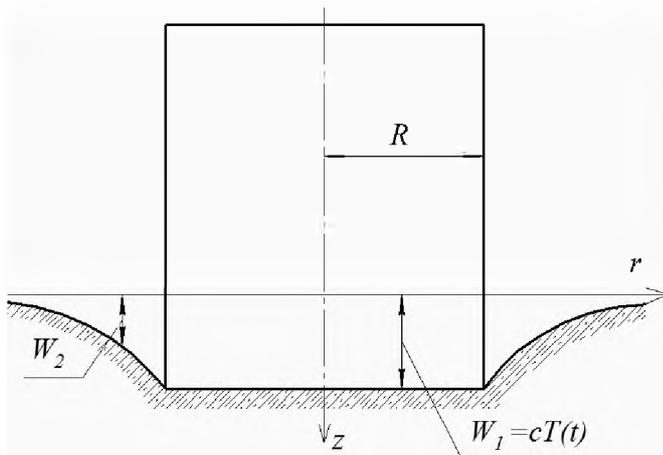


Рис. 1.- Области упругого основания.

Для нахождения перемещений $W_2(r, t)$ представим их в виде произведения двух функций, из которых одна зависит только от координаты r , а другая – только от времени t

$$W_2(r, t) = \Phi_2(r)T(t), \quad (8)$$

При этом уравнение (6) после разделения переменных запишется в виде

$$\frac{d^2\Phi_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Phi_2}{dr} - \alpha^2\Phi_2 = \frac{m_1}{2\mu} \frac{T''}{T}, \quad (9)$$

Полученное уравнение описывает движение упругого основания за пределами фундамента и позволяет учесть влияние упругих и инерционных сил грунта в этой области на параметры движения фундамента.

Предполагая, что форма колебаний упругого основания соответствует форме статической осадки, получим для определения функции $\Phi_2(r)$ однородное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2\Phi_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Phi_2}{dr} - \alpha^2\Phi_2 = 0 \quad (10)$$

Исходя из физического содержания задачи, граничные условия **зададим** в следующем виде: при $r \rightarrow \infty$ $W_2 = 0$

$$\text{при } r = R \quad W_2 = W_1 \quad (11)$$

Общее решение уравнения (10) может быть представлено через модифицированные функции Бесселя:

$$\Phi_2(r) = C_1 J_0(\alpha r) + C_2 K_0(\alpha r) \quad (12)$$

Используя граничные условия (10) и учитывая выражение (8) получим:

$$W_2 = \frac{CT(t)}{K_0(\alpha R)} K_0(\alpha r), \quad (13)$$

причем $0 \leq r \leq \infty$.

Реактивные силы упругого основания в области $0 \leq r \leq R$ определяются из уравнения (4), которое при зависимости (7) примет вид:

$$q(t) = \lambda CT(t) + m_1 CT(t) \quad (14)$$

Полная реактивная сила упругого основания, расположенного непосредственно под фундаментом:

$$Q_R(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^R (q(t)r) dr d\theta = \pi R^2 C [\lambda T(t) + m_1 T''(t)] \quad (15)$$

Кроме силы $Q_R(t)$ на фундамент действуют фиктивные реакции, распределенные по контуру подошвы фундамента [1]. Для их определения необходимо подсчитать работу нормальных и касательных напряжений, а также работу инерционных сил упругого основания, расположенного за пределами фундамента. При этом за возможное единичное перемещение здесь нужно принять перемещение:

$$\bar{W}_0 = 1 \frac{K_0(\alpha r)}{K_0(\alpha R)}. \quad (16)$$

Тогда суммарная реактивная сила упругого основания, расположенного, в области $R \leq r \leq \infty$, определится выражением:

$$Q_\phi(t) = 1 \int_{(H)} \int_0^{2\pi} \int_R^\infty \left(\tau_{zr} \frac{\partial \bar{W}_0}{\partial r} + \sigma_{zz} \frac{\partial \bar{W}_0}{\partial z} + \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \bar{W}_0 \right) r dr d\theta dz, \quad (17)$$

где τ_{zr} , σ_{zz} – соответственно касательные и нормальные напряжения, возникающие в упругом основании.

Выполнив необходимые преобразования, получим:

$$Q_\phi(t) = \pi R^2 C \left[2\lambda \frac{K_1(\alpha R)}{\alpha R K_0(\alpha R)} T(t) + m_1 \left(\frac{K_1^2(\alpha R)}{K_0^2(\alpha R)} - 1 \right) T''(t) \right], \quad (18)$$

где $K_I(\alpha R)$ – модифицированная функция Бесселя второго рода первого порядка.

Подставляя выражения (15) и (18) в уравнение (1) и используя формулу (7), после несложных преобразований получим, для свободных колебаний фундамента следующее уравнение:

$$T'' + \frac{\lambda + 2\lambda \frac{K_1(\alpha R)}{\alpha R K_0(\alpha R)}}{m_0 + m_1 \frac{K_1^2(\alpha R)}{K_0^2(\alpha R)}} T = 0, \quad (19)$$

где m_0 масса единицы поверхности фундамента.

Под действием мгновенного импульса жесткий фундамент на упругом основании совершает простые гармонические колебания с круговой частотой, определяемой выражением

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\lambda \frac{1 + 2 \frac{K_1(\alpha R)}{\alpha R K_0(\alpha R)}}{m_0} + \frac{K_1^2(\alpha R)}{K_0^2(\alpha R)}}{1 + \frac{m_1 K_1^2(\alpha R)}{m_0 K_0^2(\alpha R)}}}, \quad (20)$$

Для вычисления коэффициентов необходимо знать характер распределения перемещений по глубине основания, т. е. функцию $\psi(z)$. Анализ ряда экспериментальных данных [7-10] показывает, что искомая функция может быть хорошо аппроксимирована зависимостью

$$\psi(z) = e^{-\gamma z}, \quad (21)$$

где γ – коэффициент, зависящий от упругих свойств грунта и изменяющийся в пределах $\gamma = 1,2 \div 1,8 \text{ м}^{-1}$.

Выводы.

Получены выражения для определения частоты свободных колебаний жесткого фундамента на упругом основании под действием импульса нагружения. Эти зависимости, позволяют решить целый ряд задач по выбору оптимальных режимов работы фундаментов технологических установок в условиях ударно-динамического нагружения.

Список использованных источников:

1. Тараненко М. Е. *Электрогидравлическая штамповка, теория, оборудование, техпроцессы* / М. Е. Тараненко. – Харьков : Хар. нац. аэро - космич. ун-т Н. Е. Жуковского "ХАИ", 2011. – 274 с.
2. Пневмоударная и статикодинамическая штамповка сложнорельефных деталей упругими срезами : монография / Е. А. Фролов, А. Я. Мовшович, И. В. Манченков [и др.]. – Харьков, 2010. – 286 с.
3. Спеціальні методи обробки тиском / Ю. Є. Шамарін, С. С. Коваленко, Л. Т. Кривда [та ін.]. – Київ : НМК ВО. – 1992. – 208 с.
4. СНиП 2.02.05.87. *Фундаменты машин с динамическими нагрузками*. – Дата введ. 01-07-1998. – Л., 1987. – 12 с.
5. Власов В. З. *Балки, плиты и оболочки на упругом основании* / В. З. Власов, Н. Н. Леонтьев. – М. : Физматгиз, 1992. – 260 с.
6. Мельников Б. Н. *Прибор для измерения послонных деформаций грунта* / Б. Н. Мельников, В. Б. Швецов // *Основания, фундаменты и механика грунтов*. – 1968. – № 1. – С. 28-32.
7. Голубков В. Н. *Исследования деформации основания фундаментов квадратной и ленточной формы* / В. Н. Голубков, Ю. Ф. Тугаенко, И. Л. Сива // *Основания, фундаменты и механика грунтов*. – 1968. – № 1 – С. 112-118.
8. Абрамов Л. Т. *Исследование распределения напряжений в грунтах от статической нагрузки* / Л. Т. Абрамов, И. М. Крыжановский, А. Г. Петрова // *Основания, фундаменты и механика грунтов*. – 1968. – № 6. – С. 64-76.
9. Hosford W. F. *Metal Forming: Mechanics and Metallurgy* / W. F. Hosford, R. M. Caddell. – 3 edition. – Cambridge : University Press, 2007. – 312 p.
10. Herts P. B. *The piercing of sheet metal 1 with rubber* / P. B. Herts, S. Garber // *Sheet metal industries*. – 1964. – No5. – Pp. 761-770.

References

1. Taranenko, ME 2011, *Jelektrogidravlicheskaja shtampovka, teorija, oborudovanie, tehprocessy*, Harkovskij nacionalnyj ajerokosmicheskij universitet imeni N.E. Zhukovskogo Harkovskij aviacionnyj institut, Harkov.
2. Frolov, EA, Movshovich, AI, Manchenkov, IV & Tarasov, AF 2010, *Pnevmoударная i statikodinamicheskaja shtampovka slozhnorelefnyh detalej uprugimi srezami*, Harkov.
3. Shamarin, Yu E, Kovalenko, SS, Krivda, LT et. al. 1992, *Spetsialni metody obrobky tyskom*, NMK VO, Kyiv.
4. Vsesojuznyj nauchno-issledovatel'skij institut stroitel'nogo profil'ja et. al. 1987, *Stroitelnye Normy i Pravila 2.02.05.87 Fundamenty mashin s dinamicheskimi nagruzkami*, Data vvedenija 01-07-1998, Leningrad.
5. Vlasov, VZ & Leontev, NN 1992, *Balki, plity i obolochki na uprugom osnovanii*, Fizmatgiz, Moskva.
6. Melnikov, BN & Shvecov, VB 1968, 'Pribor dlja izmerenija poslojnyh deformacij grunta', *Osnovaniya, fundamenty i mehanika gruntov*, no. 1, pp. 28-32.
7. Golubkov, VN, Tugaenko, YuF & Siva, IL 1968, 'Issledovanija deformacii osnovanija fundamentov kvadratnoj i lentochnoj formy', *Osnovaniya, fundamenty i mehanika gruntov*, no. 1, pp. 112-118.
8. Abramov, LT, Kryzhanovskij, IM & Petrova, AG 1968, 'Issledovanie raspredelenija naprjazhenij v gruntah ot staticheskoi nagruzki', *Osnovaniya, fundamenty i mehanika gruntov*, no. 6, pp. 64-76.
9. Hosford, WF & Caddell, RM 2007, *Metal Forming: Mechanics and Metallurgy*, 3rd edn, Cambridge University Press, Cambridge.
10. Herts, PB & Garber S 1964, 'The piercing of sheet metal 1 with rubber', *Sheet metal industries*, no. 5, pp. 761-770.

Стаття надійшла до редакції 19 жовтня 2019 р.