

## **ЗНИЖЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ СКЛАДОВОЇ ПОХИБКИ ВИЗНАЧЕННЯ СЕРЕДНЬОІНТЕГРАЛЬНИХ ЗНАЧЕНЬ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ**

**©Канюк Г.І., Мезеря А.Ю., Чеботарьов А.М., Близниченко Г.С., Бондаренко Ю.О.**

*Українська інженерно-педагогічна академія*

### **Інформація про авторів:**

**Канюк Геннадій Іванович (Канюк Геннадий Иванович, Kanyuk Gennady):**ORCID: 0000-0003-1399-9039; genadiykanuk@gmail.com ; доктор технічних наук, професор, Українська інженерно-педагогічна академія, професор кафедри автоматизації, метрології та енергоефективних технологій, вул. Університетська 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Мезеря Андрій Юрійович (Мезеря Андрей Юрьевич, Mezerya Andrey):**ORCID: 0000-0003-2946-9593; mezzet@mail.ru; кандидат технічних наук, доцент, Українська інженерно-педагогічна академія, доцент кафедри автоматизації, метрології та енергоефективних технологій, вул. Університетська 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Чеботарьов Антон Миколайович (Чеботарев Антон Николаевич, Chebotarev Anton):**ORCID: 0000-0003-4279-1392; chebotaryov.an@gmail.com ; аспірант, Українська інженерно-педагогічна академія, вул. Університетська 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Близниченко Ганна Сергіївна (Близниченко Анна Сергеевна, Blyznychenko Hanna):**ORCID: 0000-0002-3177-7280; mr.sancho2002@gmail.com ; Українська інженерно-педагогічна академія, ст. викладач кафедри автоматизації, метрології та енергоефективних технологій, вул. Університетська 16, м. Харків, 61003, Україна.

**Бондаренко Юрій Олександрович (Бондаренко Юрий Александрович, Yuri Bondarenko):** аспірант, Українська інженерно-педагогічна академія, вул. Університетська 16, м. Харків, 61003, Україна.

Показано актуальність роботи, яка полягає в необхідності підвищення точності визначення середньоінтегральних значень динамічних параметрів, що вимірюються практично на всіх виробництвах машинобудування, енергетики та комунального сектора.

Наведено аналіз методів визначення середньоінтегрального значення безперервного динамічного процесу за дискретними даними.

Визначено величини похибок, обумовлених дискретністю вимірювання та методами математичної обробки сигналу.

Показано залежності похибки визначення середнього значення вимірюваного параметра від частоти опитування датчиків і амплітуди коливання вимірюваної величини, що дозволяють визначити необхідну дискретність вимірювання з метою забезпечення необхідної точності.

Показана похибка визначення середнього значення вимірюваного параметра, обумовлена математичним методом осереднення. Проведено аналіз різних методів опосередкування вимірюваної величини, таких як середньоквадратичний метод, метод сплайнів, метод Сімпсона та його модифікація.

Визначено сфери застосування математичних методів визначення середнього значення вимірюваної величини, що забезпечують мінімум похибки математичної обробки результатів вимірювання.

**Ключові слова:** точність, похибка виміру, динамічна складова, математична обробка

**Kaniuk G., Mezerya A., Chebotarov A., Blyznychenko H., Bondarenko Yu.** "Reduction of the dynamic component of the error of determining the mean-integral values of the measuring parameters".

The urgency of the work consists in the necessity of increasing the accuracy of determining the average values of dynamic parameters measured practically at all machine building, power engineering and municipal sector enterprises.

The results of an analysis of methods for determining the average integral value of a continuous dynamic process on discrete data are presented.

The magnitudes of errors, caused by the discreteness of measurements and methods of mathematical processing of the signal, were determined.

The dependence of the error in determining the mean value of the measured parameter on the sampling frequency of sensors and the amplitude of oscillation of the measured quantity, which allows determining the necessary discreteness of measurement in order to ensure the required accuracy, is demonstrated.

The error in determining the mean value of the measured parameter, due to the mathematical method of averaging, is shown. An analysis of various methods of mediating the measured value, such as the mean square method, the spline method, the Simpson method and its modification, was carried out.

The spheres of application of mathematical methods for determining the average value of the measured quantity, providing a minimum error of mathematical processing of measurement results, are specified.

**Keywords:** accuracy, measurement error, dynamic component, mathematical processing.

### **Постановка проблеми та її зв'язок з важливими науковими і практичними завданнями**

Сучасна теорія математичного аналізу використовує безліч методів визначення середньоінтегрального значення змінної, заданої функціонально, графічно або таблично, а цифрова обробка кодів миттєвих значень сигналів ведеться із застосуванням методів чисельного інтегрування. Все це вимагає чіткого уявлення про можливості, як математичного апарату, так і обчислювальної техніки.

Залежно від необхідної точності, методи чисельного інтегрування експериментальних даних можуть бути різними, починаючи від найпростіших (середньоарифметичне значення) і закінчуючи методами, алгоритми яких складні і громіздкі.

Вимірювання динамічних параметрів здійснюється майже у всіх галузях виробництва: машинобудуванні, енергетиці, побутовому секторі тощо. Наприклад, модельні випробування гідротурбін є найточнішим і широко використовується на сьогоднішній день методом визначення енергетичних, кавітаційних та деяких інших характеристик турбіни. Міжнародна електротехнічна комісія рекомендує вимірювати коефіцієнт корисної дії моделей гідротурбін з відносною похибкою не більше 0,5%. ККД у 0,1% дає втрати у грошовому еквіваленті близько 100 тис. грн. на рік для турбіни потужністю 100 МВт. Тобто зниження загальної похибки вимірювання ККД є важливим технічним завданням, вирішення якої можливе шляхом виявлення всіх складових похибки та зниження найбільш значущих з них.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Як відомо, вибір того чи іншого методу усереднення визначається не лише його номінальною точністю, а й умовами, за яких даний метод реалізується. Завади, спотворення і шуми на деякі методи не мають практично ніякого впливу, на інших же їх вплив настільки великий, що точність методу різко знижується і його застосування стає недопустимим.

Питання цифрової обробки сигналів у літературі висвітлено досить широко, проте, розбіжність думок з цієї проблеми все ж таки є. Так у роботах [1-6] стверджується, що з відомих формул чисельного інтегрування, у тому числі квадратурних формул вищих порядків, доцільно використовувати найпростішу формулу прямокутників, так як вона, як

правило, має найменше значення похибки дискретизації та найменше значення випадкової похибки. І справді, якщо сигнал зашумлений, то інтерполюючі квадратичні і кубічні сплайни дають велику похибку [7].

Тим не менш, у роботах [8-14] розглянуті формули чисельного інтегрування для зашумлених даних і наведені тексти програм для ЕОМ з розрахунку кубічних сплайнів, а в роботах [7-15] дано аналіз узагальненої формули Сімпсона, що показує, що похибка методу складає четвертий порядок малості кроку вимірів.

Зі сказаного вище ясно, що дана проблема вимагає подальшого вивчення і є актуальною для дослідження тих процесів, точність вимірювання яких повинна бути максимальною.

**Метою роботи** є порівняльний аналіз деяких способів реалізації алгоритму усереднення, і вибір найбільш точного з них, що дозволяє максимально знизити похибку математичної обробки результатів виміру.

### **Виклад основного матеріалу**

Розглянемо похибки, які лежать у основі методів.

Визначення миттєвого значення вимірюваної величини рахунково-імпульсним методом полягає у вимірі інтегрального значення за порівняно невеликий інтервал часу, тривалість якого вибирається з умови, щоб закон зміни процесу в інтервалі часу вимірювання був досить близьким до лінійного. Дійсно, якщо процес змінюється лінійно, то по теоремі про середнє миттєве значення на середині інтервалу вимірювання відповідає середньому значенню вимірюваної величини.

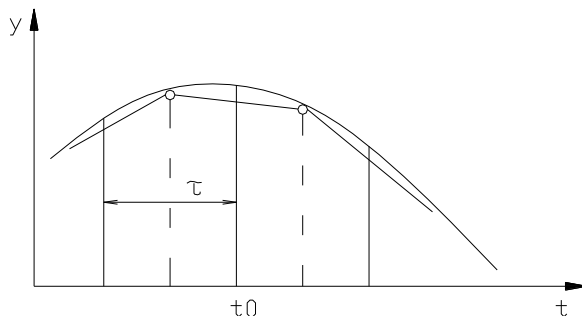
При вимірі миттєвих значень процесу, що відносяться до середини інтервалу вимірювання, лічильно-імпульсні пристрої вносять похибку, що визначається виразом:

$$\Delta y = y(t_0) - \frac{1}{\tau} \cdot \int_{t_0 - \frac{\tau}{2}}^{t_0 + \frac{\tau}{2}} y(t) dt, \quad (1)$$

де  $(- \tau/2; + \tau/2)$  – інтервал часу виміру.

Одним із найпростіших і водночас досить ефективних способів відновлення безперервного процесу є кусково-лінійна апроксимація.

При кусково-лінійній апроксимації, отримані сусідні миттєві значення процесу з'єднуються відрізками прямих ліній (див. рис. 1).



**Рис. 1** – Кусково-лінійна апроксимація

Так як максимальна абсолютна похибка апроксимації виникає при з'єднанні точок, в кожній з яких миттєві значення визначені з похибкою одного знака, то з (1) випливає, що для середини ділянки апроксимації:

$$\Delta_{\max} = y(t_0) - \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\tau} \cdot \int_{t_0-\tau}^{t_0} y(t) dt + \frac{1}{\tau} \cdot \int_{t_0}^{t_0+\tau} y(t) dt \right]$$

$$\Delta_{\max} = y(t_0) - \frac{1}{2\tau} \cdot \int_{t_0-\tau}^{t_0+\tau} y(t) dt \quad (2)$$

тобто похибка апроксимації визначається так само, як і похибка миттєвого значення, але тільки на подвоєному інтервалі часу виміру.

Очевидно, що максимальне значення похибки буде в точці екстремуму, де  $y'(t) = 0$ , а  $y''(t)$  – максимальна.

Тоді вираз (2) можна, розклавши в ряд Тейлора, уявити у вигляді:

$$\Delta_{\max} = y(t_0) - \frac{1}{2\tau} \int_{t_0-\tau}^{t_0+\tau} \left[ y(t) + y''(t_0) \frac{(t-t_0)^2}{2} \right] dt$$

відкіля

$$\Delta_{\max} = \frac{1}{6} y''(t_0) \tau^2 \quad (3)$$

Максимальна відносна похибка:

$$\delta_{\max} = \frac{1}{6} \frac{y''(t_0) \tau^2}{y(t_0)} \quad (4)$$

Інтервал виміру:

$$\tau = \sqrt{\frac{6\Delta_{\max}}{y''(t_0)}} = \sqrt{\frac{6\delta_{\max} y(t_0)}{y''(t_0)}} \quad (5)$$

Отримані формули справедливі для стаціонарних випадкових процесів, що мають математичне очікування похибки апроксимації  $M\Delta y=0$ , причому формула (4) в середньому дає вигравш в оцінці похибки, хоча в окремих точках похибка може перевищувати обчислене за формулою значення, але ймовірність цього мала.

Якщо вимірюваний процес нестационарний на всьому своєму протязі, то можна розбити його на ряд окремих ділянок, на яких з відомим наближенням процес можна вважати стаціонарним. При цьому на кожній ділянці процес має різні характеристики, і, отже, пред'являються різні вимоги до засобів вимірювання. Зазвичай заздалегідь межі ділянок не відомі. Тому доцільно вимірювати такого роду процеси за допомогою апаратури, що веде обробку за програмою, складеною за відомою реалізації процесу [15].

Найчастіше вимірюваний процес можна як суперпозицію більш простих процесів мають загальний характер, але відрізняються кількома незалежними параметрами. Тобто будь-яке коливання параметра можна представити як суперпозицію гармонійних коливань:

$$y(t) = A_0 + \sum_{\omega} A_{\omega} \cdot \cos(\omega t) \quad (6)$$

де  $A_{\omega}$  – амплітуда  $\omega$ -ї частоти;  $A_0$  – середнє значення параметру;

Якщо прийняти початкове значення змінної  $y(t_0) = A_0$ , то необхідний часовий інтервал, згідно (5) та (6) складе:

$$\tau = \sqrt{\frac{6\delta_{\max} A_0}{\sum A_{\omega} \cdot \omega_i^2 \cos \omega_i}} \quad (7)$$

Аналіз формули (7) показує, що низькочастотні коливання збільшують час  $\tau$ , отже їх внесок у похибку дискретизації невелик, і розглядати необхідно високочастотні коливання параметра, з максимально значущою амплітудою. Поріг значимості визначається в залежності від характеру коливань і пред'явленої точності.

Замінивши в (6) суму ряду одним його членом, отримаємо:

$$y_{(t)} = A_0 + A_\omega \cdot \cos(\omega t) \quad (8)$$

а інтервал виміру:

$$\tau = \sqrt{\frac{6\delta_{\max} A_0}{A_\omega \cdot \omega^2}} = \sqrt{\frac{6\delta_{\max}}{A \cdot \omega^2}}, \quad (9)$$

де  $A$  – відносна амплітуда коливань параметра.

Заміна (6) на (8) не зовсім правомірна, внаслідок чого похибка у визначенні часу  $\tau$  буде незрівнянно більшою за необхідну похибку виміру.

Введемо поняття відносної частоти коливань  $f' = f / f_D$ , де частота коливального процесу  $f = 2 \cdot \pi \cdot \omega$  а частота опитування датчика  $f_D = 1/\tau$ .

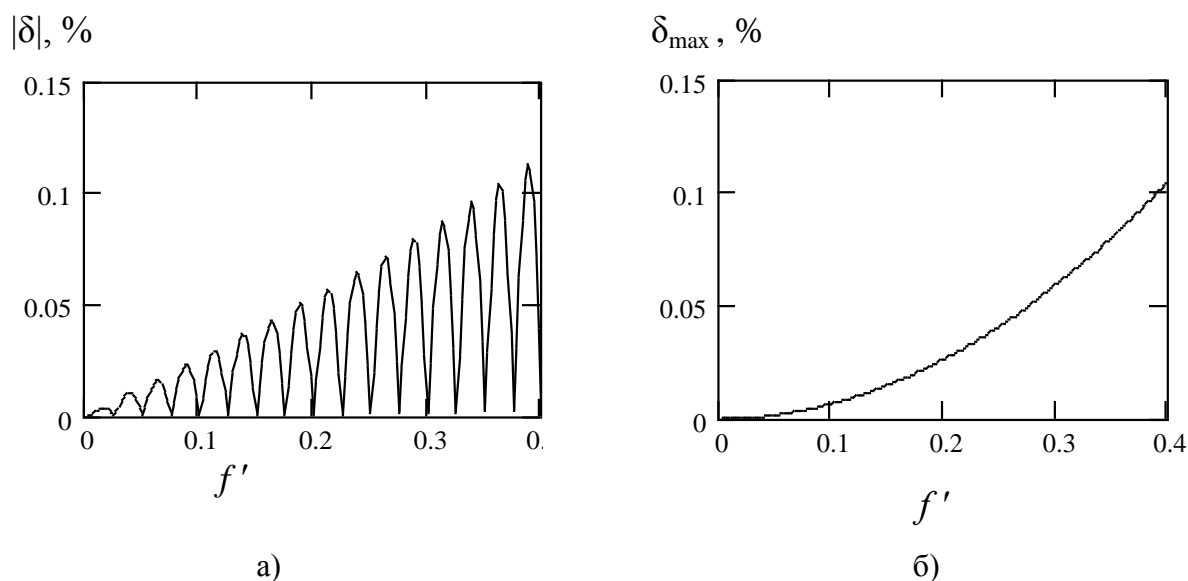
Відносна похибка виміру визначається:

$$\delta = \frac{y_{\text{cp}} - y_T}{y_T} \cdot 100\% \quad (10)$$

де  $y_{\text{cp}}$  – усереднене значення параметра, отримане для ряду миттєвих значень рівняння (8), виміряних через рівні проміжки часу  $\tau$ ;  $y_T$  – точне інтегральне значення параметра:

$$y_T = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T y(t) dt, \quad (11)$$

З метою визначення загального характеру похибки, на підставі формул (8), (10) і (11) побудуємо залежність похибки апроксимації (див. рис. 2 а) від відносної частоти опитування датчика, задавшись наступними умовами, що мають місце в установках: відносна амплітуда коливань  $A = 0,1$ ; час. На рис 2. (б) показано така ж залежність, але побудована за формулою (9). Обидві залежності мають хорошу збіжність, що дає підставу вважати формулу (9) досить точною для дослідження незашумлених процесів.

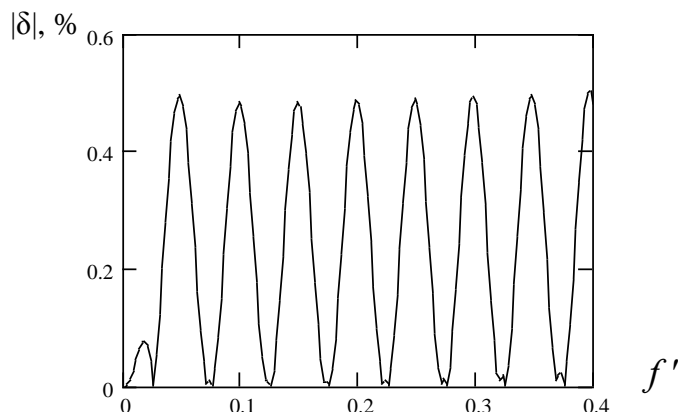


**Рис. 2** – Залежність похибки апроксимації

На сьогоднішній день на багатьох виробництвах інтегральне значення параметра визначається середньоарифметичним методом:

$$y_{\text{cp}} = \frac{1}{M+1} \sum_{i=0}^M y_i \quad (12)$$

Для тих самих умов ( $A = 0,1$ ;  $T = 1\text{с.}$ ;  $\tau = 0,05\text{с.}$ ) побудуємо залежність погрішності методу від відносної частоти коливального процесу (8) (див. рис. 3).



**Рис. 3** – Залежність погрішності методу від відносної частоти коливального процесу

Похибка середньоарифметичного методу практично не залежить від частоти процесу, проте її величина значно більша, ніж при використанні апроксимації, за тих же умов.

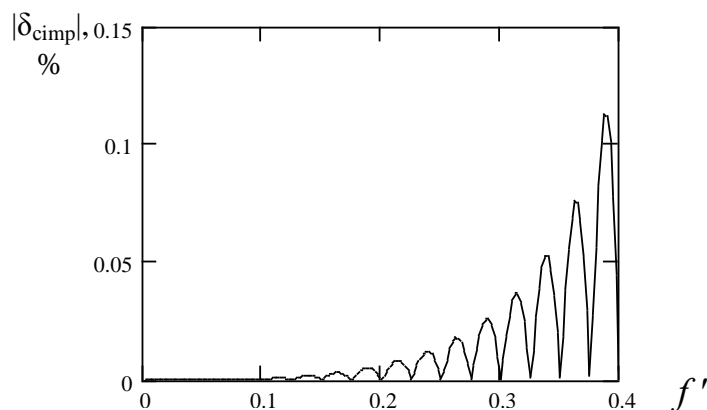
При порівняльній оцінці похибки інших методів доцільно зупинитися на класичному методі Сімпсона, узагальненому методі Сімпсона, запропонованому професором Литвиним О.М. [6], і на параболічному сплайні.

Інтегральне значення вимірюваної величини за класичною формулою Сімпсона може бути виражене у вигляді:

$$y_{\text{Сімп}} = \left( \frac{\tau}{3T} \right) \cdot \left[ y_0 + y_M + 4 \sum_v y_v + 2 \sum_k y_k \right], \quad (13)$$

де  $v$  – непарні значення  $y$ ;  $k$  – парні значення  $y$ .  $y_M$  – кінцеве значення параметра при  $t = T$ .

Скориставшись розглянутим раніше алгоритмом, побудуємо залежність похибки класичного методу Сімпсона від відносної частоти коливаний параметра (див. рис. 4).



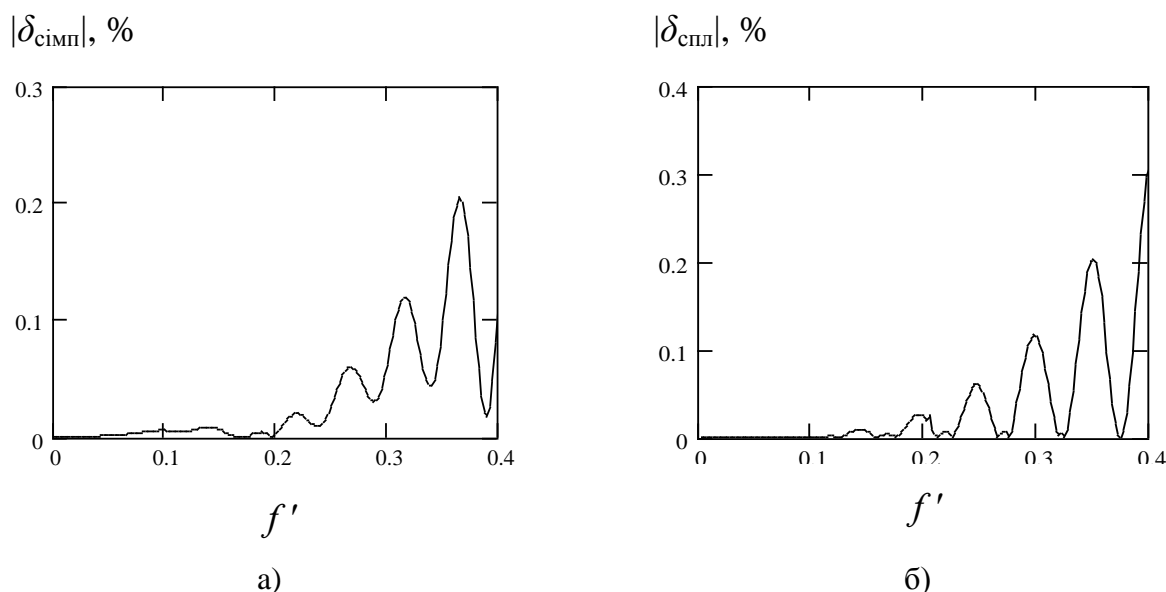
**Рис. 4** – Залежність похибки класичного методу Сімпсона від відносної частоти коливаний параметра

На низьких частотах метод Сімпсона точніше за апроксимацію (рис.2. а), а на високих частотах похибки практично рівні. Недоліком методу є можливість обробки лише непарного числа точок виміру. При вимірі парної кількості показань точність методу різко знижується, чого не відбувається при використанні узагальненої формули Сімпсона:

$$y_{\text{Сімп}} = \left(\frac{\tau}{T}\right) \left[ y_0 \left[ \frac{1}{2} - \frac{\tau}{12}(M-1) \right] + y_1 \left[ \frac{5}{6} + \frac{\tau}{12}[3(M+1)-7] \right] + \sum_{p=1}^{q-1} y_{2p} \cdot \left[ \frac{4}{3} - \frac{\tau}{3}(M-2p) \right] + \sum_{p=2}^{q-1} y_{2p-1} \cdot \left[ \frac{2}{3} + \frac{\tau}{3}(M+1-2p) \right] + y_M \left( \frac{1}{3} + \frac{\tau}{12} \right) \right] \quad (14)$$

де  $p = 0 \dots \frac{M}{2} - 1$ , а  $q = \frac{M+1}{2}$ ;

На рис. 5 (а) показана залежність похибки величини, що визначається за формулою (14), від відносної частоти опитування, а на рис. 5 (б) подібна залежність для параболічного сплайну. Рівень похибки у разі використання узагальненої формули Сімпсона збігається з рівнем похибки при використанні параболічного сплайну, що є одним з найбільш точних методів інтегрування дискретних сигналів з малим рівнем завад.

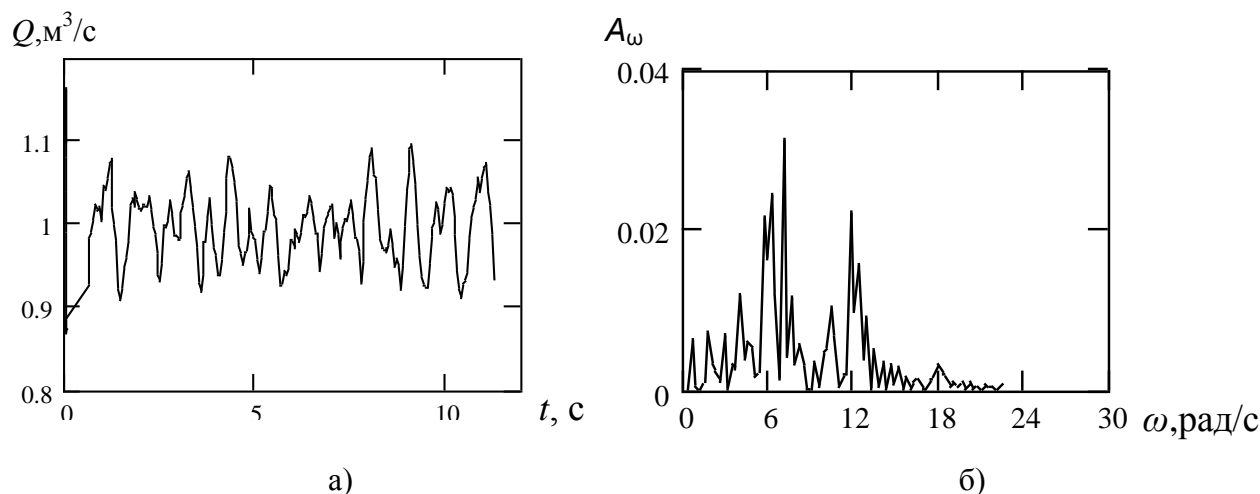


**Рис. 5** – Залежність похибки величини

Детальний опис алгоритмів сплайн-обчислень і деякі характеристики сплайн-функцій можна знайти в роботах [2, 5, 6, 7, 15]. Відзначимо лише, що сплайни зручно диференціюються і добре інтегруються, завдяки чому вони знайшли широке застосування для вирішення інтегральних рівнянь та обробки таблично заданих функцій.

При збільшенні часу вимірювання  $T$ , похибка всіх без винятку розглянутих методів знижується, але тільки до певного рівня, після чого подальше збільшення часу вимірювання не має відчутного ефекту. Більше того, підвищення точності вимірювання за рахунок збільшення часу опосередкування є ефектом точності, що здається, і не може бути засобом зниження похибки, якщо тільки воно не обґрунтоване іншими фізичними явищами [15].

При вимірюванні та градуванні вимірювальних установок, типовий характер яких (коливання витрати рідини) показано на рис. 6 (а), характер коливань можна подати згідно (б) у вигляді суми Фур'є.



**Рис. 6** – Характер коливань вимірюваних та градуваних вимірювальних установок

З рис. 6 (б) видно, що домінує вища частота коливань витрати  $\omega$  становить близько 12 рад/с, а відносна амплітуда коливань  $A = 0,1$ . Тоді для забезпечення похибки, що дорівнює 0,01%, частота опитування датчика, при використанні методу апроксимації, згідно (9), повинна бути не менше 16 Гц.

Можливість попереднього запису характеру процесу з подальшим його неодноразовим відтворенням дозволяє зробити більш глибокий аналіз процесу, а перемикання часу вимірювання за програмою дозволяє отримати мінімальну похибку вимірювання, а також порівняно просто оптимізувати обсяг отриманої інформації після обробки.

За наявності в спектрі сигналу низькочастотних коливань (щодо частоти опитування датчика) методи Симпсона і сплайну можуть дати меншу похибку, тоді як метод апроксимації буде найбільш оптимальним при обробці сигналів вищих частот.

### **Висновки**

Методи апроксимації, Симпсона і сплайну можуть бути використані як в якості основних, так і в якості додаткових методів розрахунку середнього значення параметра при визначенні середнього значення коливального процесу.

Отримані аналітичні вирази похибки для методу апроксимації дозволяють визначати в процесі виміру мінімальний рівень частоти опитування датчиків, з метою зниження похибки дискретизації.

Показано можливе зниження похибки за рахунок застосування одного з наведених методів, або поперемінного їх застосування за заданою програмою в залежності від характеристик досліджуваного процесу.

### **Список використаних джерел:**

1. Айфичер Э. Цифровая обработка сигналов: практический подход / Э. Айфичер, Б. Джервис. – Пер. с англ. – М. : Вильямс, 2017. – 992 с.
2. Цифровая обработка сигналов и MATLAB / А. И. Солонина [и др.]. – СПб, 2013.
3. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов / Р. Лайонс. – 2-е изд., пер. с англ. – М. : Бином-Пресс, 2006.
4. Опенгейм А. Цифровая обработка сигналов / А. Опенгейм, Р. Шафер. – 2-е изд., испр. – М. :



*Техносфера*, 2007. – 856 с.

5. Артюх С. Ф. Погрешности измерения среднего расхода жидкости в модельных установках гидротурбин / С. Ф. Артюх, В. Б. Большаков, А. Ю. Мезеря // *Український метрологічний журнал*. – 2003. – Вип. 4. – С. 36–39.
6. Литвин О. М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування / О. М. Литвин. – Харків : Основа, 2002. – 544 с.
7. Крикова І. В. Новый метод відновлення функцій однієї змінної із збереженням ізогеометрії / І. В. Крикова, О. М. Литвин // *Доповіді НАН України. Сер. А*. – 1996. – № 6. – С. 36–41.
8. Цифровая обработка сигналов на основе теоремы Уиттекера-Котельникова-Шеннона / М. А. Басараб [и др.]. – М. : Радиотехника, 2004. – 72 с.
9. Харкевич А. А. Спектры и анализ / А. А. Харкевич. – 4-е изд. – М. : ЛКИ, 2007. – 89 с.
10. Афонский А. А. Цифровые анализаторы спектра, сигналов и логики / А. А. Афонский, В. П. Дьяконов ; под ред. проф. В. П. Дьяконова. – М. : СОЛОН-Пресс, 2009. – 248 с.
11. Афонский А. А. Измерительные приборы и массовые электронные измерения / А. А. Афонский, В. П. Дьяконов ; под ред. проф. В. П. Дьяконова. – М. : СОЛОН-Пресс, 2007. – 544 с.
12. Глинченко А. С. Цифровая обработка сигналов. В 2 ч. / А. С. Глинченко. – Красноярск : Изд-во КГТУ, 2001. – 383 с.
13. Юкио Сато Без паники! Цифровая обработка сигналов / Сато Юкио. – Москва : Додэка XXI, 2010. – 176 с.
14. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2007. – 751 с.
15. Про один метод обчислення енергетичних характеристик моделей гідромашин / С. Ф. Артюх [та інші] // *Вестник НТУ ХПИ. Темат. вып.: Энергетика и преобразовательная техника : сб. науч. трудов.* – 2004. – № 4. – С. 126–130.

#### References

1. Ajficher, Je & Dzhervis, B 2017, *Cifrovaja obrabotka signalov: prakticheskij podhod*, Viljams, Moskva.
2. Solonina, AI, Klionskij, DM, Merkucheva, TV & Perov, SN 2013, *Cifrovaja obrabotka signalov i MATLAB*, Sankt-Peterburg.
3. Lajons, R 2006, *Cifrovaja obrabotka signalov*, 2nd edn, Binom-Press, Moskva.
4. Oppengejm, A & Shafer, R 2007, *Cifrovaja obrabotka signalov*, 2nd edn, Tehnosfera, Moskva.
5. Artjuh, SF, Bolshakov, VB & Mezerja, AJu 2003, 'Pogreshnosti izmerenija srednego rashoda zhidkosti v modelnyh ustanovkah gidroturbin', *Ukrainskyi metrolohichnyi zhurnal*, iss. 4, pp. 36-39.
6. Lytvyn, OM 2002, *Interlinatsiia funktsii ta deiaki ii zastosuvannia*, Osнова, Kharkiv.
7. Krykova, IV & Lytvyn, OM 1996, 'Novyi metod vidnovlennia funktsii odniiei zminnoi iz zberezheniam izoheometrii', *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy, Seriia A*, no. 6, pp. 36-41.
8. Basarab, MA, Zelkin, EG, Kravchenko, VF & Jakovlev, VP 2004, *Cifrovaja obrabotka signalov na osnove teoremy Uittekera-Kotelnikova-Shennona*, Radiotekhnika, Moskva.
9. Harkevich, AA 2007, *Spektry i analiz*, 4th edn, URSS LKI, Moskva.
10. Afonskij, AA & Djakonov, VP 2009, *Cifrovye analizatory spektra, signalov i logiki*, SOLON-Press, Moskva.
11. Afonskij, AA & Djakonov, VP 2007, *Izmeritelnye pribory i massovye jelektronnye izmerenija*, SOLON-Press, Moskva.
12. Glinchenko, AS 2001, *Cifrovaja obrabotka signalov*, Izdatelstvo Krasnojarskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta, Krasnojarsk.
13. Jukio Sato 2010, *Bez paniki! Cifrovaja obrabotka signalov*, Dodjeka XXI, Moskva.
14. Sergienko, AB 2007, *Cifrovaja obrabotka signalov*, 2nd edn, Piter, Sankt-Peterburg.
15. Artjuh, SF, Litvin, ON, Mezerja, AJu & Babenko, KE 2004, 'Pro odin metod obchislennja energetichnih karakteristik modelej gidromashin', *Natsionalnogo tehničeskogo universiteta Harkovskij politehničeskij institute*, Tematičeskij vypusk Jenergetika i preobrazovatel'naja tehnika, no. 4, pp. 126-130.

Стаття надійшла до редакції 12 грудня 2021 року